

This is a pre print version of the following article:

Observables of a strongly coupled anisotropic plasma / Trancanelli, Diego. - (2013).

*Terms of use:*

The terms and conditions for the reuse of this version of the manuscript are specified in the publishing policy. For all terms of use and more information see the publisher's website.

08/05/2026 23:43

(Article begins on next page)

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE FÍSICA – DEPT. DE FÍSICA MATEMÁTICA

# Observáveis de um plasma anisotrópico fortemente acoplado

Diego Trancanelli

Tese apresentada para o  
concurso de livre docência

São Paulo, 30 de abril de 2013



## Resumo

Nessa tese nós aplicamos a dualidade gauge/gravidade para estudar um plasma fortemente acoplado com anisotropia espacial. Depois de rever a solução de supergravidade do tipo IIB para tal sistema, nós calculamos vários observáveis físicos de interesse, tal como a força de arrasto experimentada por um quark pesado atravessando o plasma, o parâmetro de atenuação de jatos, o comprimento de blindagem entre um par quark-antiquark, e a taxa de produção de fótons térmicos. Nós comparamos nossos resultados, quando possível, com os correspondentes resultados de acoplamento fraco, obtidos com técnicas perturbativas, e também com resultados experimentais provenientes de experimentos de colisão de íons pesados realizados no RHIC e no LHC.

## **Abstract**

In this thesis we apply the gauge/gravity duality to the study of a strongly coupled plasma with a spatial anisotropy. After reviewing the type IIB supergravity solution dual to such a system, we compute various physical observables of interest, such as the drag force experienced by a heavy quark plowing the plasma, the jet quenching parameter of the medium, the screening length between a quark-antiquark pair, and the production rate of thermal photons emitted by the plasma. We compare our results, when possible, with the corresponding weak-coupling results obtained with perturbative techniques and with the experimental results from the heavy ion collision experiments at RHIC and LHC.

# Sumário

Agradecimentos	iv
<b>I Holografia para um plasma anisotrópico</b>	<b>1</b>
<b>1 A correspondência AdS/CFT</b>	<b>2</b>
1.1 Generalidades sobre as dualidades gauge/gravidade . . . . .	6
1.1.1 Contagem de graus de liberdade . . . . .	12
1.1.2 Buracos negros e estados térmicos em TQC . . . . .	15
1.2 Aplicação ao QGP . . . . .	16
1.3 Organização da tese . . . . .	18
<b>2 Um plasma anisotrópico fortemente acoplado</b>	<b>21</b>
2.1 O esquema holográfico . . . . .	23
2.1.1 A geometria dual . . . . .	28
<b>II Observáveis físicos</b>	<b>34</b>
<b>3 Força de arrasto</b>	<b>35</b>
3.1 Resultados . . . . .	43

3.2	Discussão . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Atenuação de jatos</b>	<b>59</b>
4.1	Movimento ao longo da direção longitudinal . . . . .	62
4.2	Movimento no plano transverso . . . . .	67
4.3	Movimento arbitrário . . . . .	70
4.4	Discussão . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Quarkonia e comprimento de blindagem</b>	<b>84</b>
5.1	Preliminares . . . . .	86
5.2	Dipolo estático em um plasma anisotrópico . . . . .	89
5.3	Dipolo num vento de plasma anisotrópico . . . . .	94
5.3.1	Par quark-antiquark não-ligado . . . . .	98
5.3.2	Par quark-antiquark ligado . . . . .	104
5.3.3	Limite isotrópico . . . . .	111
5.3.4	Resultados numéricos para velocidades genéricas . . . . .	112
5.4	Temperatura de dissociação e anisotropia de dissociação . . . . .	116
5.5	Discussão . . . . .	127
<b>6</b>	<b>Produção de fótons térmicos</b>	<b>138</b>
6.1	Produção de fótons num plasma anisotrópico . . . . .	140
6.1.1	Branas de sabor . . . . .	143
6.2	Produção de fótons a partir da holografia . . . . .	148
6.2.1	Limite isotrópico . . . . .	149
6.2.2	Densidade espectral para a polarização $\epsilon_{(1)}$ . . . . .	151
6.2.3	Densidade espectral para a polarização $\epsilon_{(2)}$ . . . . .	156

6.2.4	Taxa de produção total . . . . .	164
6.3	Discussão . . . . .	165
<b>A</b>	<b>Limite ultra-relativístico para a força de arrasto</b>	<b>171</b>
<b>B</b>	<b>Limite de baixa anisotropia para a força de arrasto</b>	<b>176</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>179</b>

# Agradecimentos

Desejo expressar minha gratidão aos meus amigos e colaboradores nos trabalhos que constituem o núcleo desta tese, Mariano Chernicoff, Daniel Fernández, David Mateos, e Leonardo Patiño, e a Viktor Jahnke pela ajuda com a tradução para o português.

Agradeço o apoio financeiro do CNPq e da Universidade de São Paulo.

# Parte I

## Holografia para um plasma anisotrópico

# Capítulo 1

## A correspondência AdS/CFT

Nos últimos 40 anos a teoria das cordas surgiu como principal candidata para uma teoria unificadora da Natureza. Ele postula que todas as partículas e os mediadores de forças são diferentes harmônicos de minúsculas cordas vibrando, assim como os diferentes harmônicos de uma corda de violão correspondem às diferentes notas musicais. Esta simples premissa tem implicações interessantes, uma vez que concilia a teoria da gravidade de Einstein com as leis da física quântica, um problema secular e um Santo Graal da física teórica. A teoria das cordas também dá origem a novas idéias em matemática e a metodologias de cálculo extremamente úteis em áreas da física aparentemente não relacionadas, através da célebre *dualidade gauge/gravidade*.

A dualidade gauge/gravidade (também chamada de dualidade *gauge/corda* ou *correspondência AdS/CFT*) é uma realização explícita do *princípio holográfico*. Inspirado pela termodinâmica de buracos negros, esse princípio afirma que a teoria de cordas, que é uma teoria de gravidade quântica, possui uma descrição dual em termos de uma teoria quântica de campos (TQC) (sem gravidade) definida na borda do espaço onde as cordas vivem. A encarnação mais notável desse princípio é a chamada “*Anti*

de Sitter/Conformal Field Theory correspondence” (AdS/CFT) proposta por Juan Maldacena em 1997 [1].<sup>1</sup> Este tem sido um dos desenvolvimentos mais inovadores da física teórica nas últimas duas décadas, tendo verdadeiramente revolucionado o nosso campo de pesquisa.

No exemplo da correspondência mais estudado e mais compreendido, o espaço tem dez dimensões e é o produto de uma componente não compacta, chamada de espaço de Anti de Sitter,  $AdS_5$ , e uma esfera de cinco dimensões,  $S^5$ . A teoria definida no interior, ou “bulk”, desse espaço contém cordas fechadas varrendo formas tubulares conforme se movimentam (sendo, portanto, uma teoria de gravidade), enquanto que a teoria definida na borda quadridimensional do espaço é uma teoria de gauge conforme, não-gravitacional, com máxima supersimetria. Em termos mais técnicos, a teoria de super Yang-Mills (SYM) com  $\mathcal{N} = 4$  em quatro dimensões é conjecturada ser exatamente dual à teoria de supercordas do tipo IIB no espaço  $AdS_5 \times S^5$ .

Pode-se notar imediatamente, como uma primeira verificação da correspondência, que as simetrias globais das duas teorias estão em concordância exata. Na descrição do bulk, a geometria  $AdS_5 \times S^5$  exibe uma isometria  $SO(4,2) \times SO(6)$ . Quando as supersimetrias da teoria são levadas em conta, esse grupo é aumentado para o supergrupo  $SU(2,2|4)$ . O espectro de cordas nesse fundo necessariamente exibe essas simetrias. Por outro lado, SYM com  $\mathcal{N} = 4$  é uma teoria de campos superconforme. O grupo conforme em quatro dimensões, isto é, o grupo de transformações que deixa a métrica de Minkowski invariante a menos de um fator global, é precisamente  $SO(4,2)$ . Sendo supersimétrica, a teoria também possui a chamada ‘simetria-R’, dada por  $SU(4) \simeq SO(6)$ . O grupo superconforme completo é novamente  $SU(2,2|4)$ . Além dessa simples verificação, um corpo formidável de provas em favor da veraci-

---

<sup>1</sup>Outros trabalhos originais importantes foram [2, 3]. Revisões incluem, por exemplo, [4, 5, 6, 7, 8].

dade desta conjectura foi recolhido ao longo dos anos, principalmente por meio de verificações de que quantidades nos dois lados da dualidade são precisamente iguais.

A utilidade da correspondência AdS/CFT é que muitas vezes pode-se usar uma descrição melhor do que a outra para calcular observáveis físicos interessantes e questões em um lado da dualidade podem ser reformuladas na linguagem do outro lado. De fato, as duas descrições, a descrição de borda e a descrição de bulk, são complementares uma à outra, de forma que problemas que são difíceis de estudar em uma representação frequentemente são fáceis de se estudar na representação dual, e vice versa.

A dualidade identifica parâmetros em ambos os lados pela relação

$$\frac{L^4}{\ell_s^4} = \lambda, \quad g_{YM}^2 = 4\pi g_s, \quad (1.1)$$

onde  $L$  é o raio comum de  $AdS_5 \times S^5$ ,  $\ell_s$  é o comprimento da corda,  $\lambda \equiv g_{YM}^2 N_c$  é o acoplamento de 't Hooft da teoria de gauge (com constante de acoplamento  $g_{YM}$  e grupo de gauge  $SU(N_c)$ ), e  $g_s$  é a constante de acoplamento da corda. Tradicionalmente, a holografia tem sido implementada no limite onde o número de campos envolvidos,  $N_c$ , é muito grande e o acoplamento de 't Hooft,  $\lambda$ , é mantido fixo. Portanto, a relação acima implica que a teoria de cordas é fracamente acoplada,  $g_s \ll 1$ , o que significa que efeitos gravitacionais não perturbativos podem ser desprezados com segurança (nós vamos justificar isso abaixo). Se, além disso, tomarmos  $\lambda \gg 1$ , então a curvatura se torna pequena e a teoria de cordas é efetivamente descrita pela supergravidade clássica. Por esta razão, a correspondência AdS/CFT é particularmente poderosa na abordagem de questões não-perturbativas sobre a dinâmica de teorias de gauge, pois problemas em teorias de campo fortemente acopladas são mapeados em

problemas de gravidade clássica. Usualmente, estes últimos são muito mais fáceis de tratar que os primeiros. Esta natureza de ‘acoplamento fraco/forte’ é particularmente útil, pois nos fornece uma ferramenta robusta para estudar uma série de questões que são inacessíveis às técnicas perturbativas padrões em TQC. Esta é uma das principais razões pelas quais a correspondência recebeu tanta atenção na comunidade científica.

Uma das aplicações mais notáveis da correspondência a sistemas fortemente acoplados, e que será o foco dessa tese, é dada pelo estudo do “plasma de quarks e glúons” (QGP - *quark-gluon plasma*) produzido em colisões de íons pesados no Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) em Brookhaven [9, 10] e no Large Hadron Collider (LHC) no CERN [11]. Claro, SYM com  $\mathcal{N} = 4$  é uma teoria conforme altamente supersimétrica que difere em muitos aspectos da Cromodinâmica Quântica (QCD - *Quantum Chromodynamics*), a teoria que descreve a interação forte entre os quarks e glúons do plasma. Apesar disso, a correspondência AdS/CFT é útil, já que ela nos provê várias ferramentas novas e ideias necessárias para entender dinâmicas fortemente acopladas e, além disso, nos permitiu derivar alguns resultados universais que não dependem muito dos detalhes da teoria. O objetivo final dessa linha de pesquisa é usar a teoria de cordas para resolver problemas difíceis de teorias quânticas de campos não-perturbativas, como, por exemplo, o confinamento em QCD.

Também é possível ir na direção oposta, da fronteira ao bulk, e usar o que sabemos de teoria de gauge para entender características da gravidade. A correspondência AdS/CFT é, de fato, o jeito mais efetivo e promissor que temos hoje para tratar problemas importantes e profundos em gravidade quântica. Notavelmente, a correspondência AdS/CFT tem nos dado um novo ponto de vista sobre o chamado “paradoxo da informação” em buracos negros. Esse paradoxo, formulado por Stephen Hawking a mais de 30 anos atrás [12], é baseado na aparente perda da informação que

cai dentro de um buraco negro, com estados puros evoluindo para estados misturados, em contraste com as leis da mecânica quântica. Usando a correspondência, pode-se resolver o paradoxo (ao menos em princípio, veja [13] para uma crítica sobre este ponto de vista) pela sua reformulação na linguagem da TQC dual, onde a evolução é unitária e não ocorre nenhuma perda de informação. Também é possível, por exemplo, reformular em termos de dados de TQC [14] o que acontece com um observador atravessando o horizonte e caindo num buraco negro, e isso está esclarecendo muitos problemas encontrados ao se tentar fazer uma descrição puramente gravitacional desse processo. No mesmo espírito, a correspondência também está nos dando dicas sobre a real natureza da gravidade e como o espaço-tempo pode ser considerado como algo que ‘emerge’ dos modos coletivos de uma teoria de gauge subjacente; veja, por exemplo, [15, 16, 17].

## 1.1 Generalidades sobre as dualidades gauge/gravidade

Antes de passar para as aplicações da correspondência AdS/CFT para o QGP, que serão o foco desta tese, nós damos aqui alguns comentários gerais sobre do que trata a dualidade gauge/gravidade e como ela pode ser motivada heurísticamente.<sup>2</sup>

A principal afirmação da dualidade gauge/gravidade, como antecipamos acima, é que em alguns casos teorias quânticas de campos podem ser mapeadas em teorias de gravidade quântica. Para tentar entender essa afirmação, vamos primeiro explicar o que se entende por gravidade quântica. Trata-se de uma teoria quântica com uma métrica dinâmica, isto é, uma partícula propagante sem massa e com spin 2 chamada *gráviton*. A primeira vista, tentar ter gravidade “emergindo” de uma TQC

---

<sup>2</sup>Essa motivação heurística segue de perto a lógica de [7, 8].

(com o gráviton sendo um objeto composto, feito a partir de graus de liberdade de gauge como, por exemplo, dois campos com spin 1) parece entrar em conflito com o famoso teorema “no-go” de Weinberg e Witten (WW) [18], que afirma que uma TQC relativística com tensor de energia momento covariantemente conservado,  $T^{\mu\nu}$ , proíbe partículas sem massa com spin maior que 1. De acordo com esse teorema, tais partículas com spin maior que 1 não podem carregar momento:  $p^\mu = \int d\vec{x} T^{0\mu} = 0$ .

A correspondência AdS/CFT evita o teorema WW permitindo que o gráviton não viva no mesmo espaço que a TQC. A partir de algumas observações e princípios, nós podemos obter alguns indícios sobre o espaço no qual o gráviton vive.

O primeiro indício vem do princípio holográfico: Um buraco negro tem uma entropia que é proporcional à área de seu horizonte (e não ao seu volume)

$$S_{BH} = \frac{A}{4G}, \quad (1.2)$$

onde  $G$  é a constante de Newton. Sabemos que um buraco negro se forma por colapso gravitacional toda vez que coletarmos energia o suficiente em certa região. Isso significa que em qualquer teoria quântica de gravidade, a máxima entropia de uma região do espaço de volume  $V$  é proporcional à área da fronteira (borda) de um buraco negro que ocupa tudo o espaço,  $A_{front} = \partial V$ . Isso é diferente do que ocorre com sistemas ordinários sem gravidade, para os quais a máxima entropia é proporcional ao volume do espaço. Portanto, a conclusão é que a gravidade quântica deve ter o mesmo número de graus de liberdade de uma TQC em uma dimensão a menos. Em particular, o dual de uma TQC em quatro dimensões deve ser uma teoria de gravidade em 5 dimensões, que será o caso considerado no que segue.

A segunda sugestão, que fala sobre como interpretar essa dimensão extra, vem

do grupo de renormalização (RG - *renormalization group*). Nós sabemos que teorias quânticas de campos devem ser organizadas em termos de escalas de energia. A função  $\beta$  da teoria

$$\beta(g(r)) = r\partial_r g(r) \tag{1.3}$$

somente depende da constante de acoplamento na escala  $r$  na qual estamos avaliando a constante de acoplamento, isto é, ela é *local* em  $r$ . Isso sugere que nós podemos tentar associar a escala de energia com a dimensão extra, que chamamos de direção radial  $r$ . Isso às vezes é chamado de “geometrização” da escala de energia.

Obviamente, uma TQC que entendemos perturbativamente não é uma teoria quântica da gravidade: Nós podemos fazer cálculos no regime perturbativo e não encontrar evidências de uma gravidade quântica nela. Isso significa que a TQC precisa ser fortemente acoplada e os seus graus de liberdade precisam se reorganizar no acoplamento forte para dar origem aos graus de liberdade da gravidade quântica. Uma TQC fracamente acoplada e uma gravidade quântica fracamente acoplada não devem possuir nenhuma sobreposição de regiões de validade. Conforme mencionamos antes, essa característica de ser uma dualidade de *acoplamento fraco/forte* é o que faz a correspondência AdS/CFT tão interessante. Isso também faz com que ela seja realmente difícil de provar (ou desprovar).

O exemplo mais simples de fluxo de RG é dado pelo caso de teoria invariante por transformações de escala. Nestes caso,  $\beta(g(r)) = 0$  e o sistema é auto-similar. Uma transformação de escala das coordenadas do espaço-tempo é dada por

$$x^\mu \rightarrow kx^\mu, \quad \mu = 0, \dots, 3. \tag{1.4}$$

Se quisermos interpretar  $r$  como uma escala de energia, ele deve ser

$$r \rightarrow \frac{r}{k}, \quad (1.5)$$

pois energia tem unidade de inverso de comprimento (em unidades naturais). Apenas a partir deste comportamento nós podemos adivinhar a métrica do espaço-tempo. Ela precisa ser invariante por transformações de Poincaré e de escala. A métrica mais geral com essas características é a métrica de  $AdS_5$ , com raio  $L$ :

$$ds^2 = \frac{r^2}{L^2} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \frac{L^2}{r^2} dr^2. \quad (1.6)$$

Essa métrica é uma solução das equações do movimento das seguintes classes de ações

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^5x \sqrt{-g} (R - 2\Lambda + \dots), \quad (1.7)$$

onde o primeiro termo é o termo de Hilbert-Einstein e  $\Lambda = -\frac{6}{L^2}$  é a constante cosmológica (negativa). As reticências podem ser operadores menos relevantes construídos a partir da métrica (termos com mais derivadas) ou outros campos que vão a zero no vácuo. Essa ação é o que obtemos da teoria de cordas a baixas energias, isto é, quando  $1/L^2 \ll 1/\alpha' = 1/\ell_s^2$ , onde  $1/\alpha'$  é a tensão da corda e  $\ell_s$  é o comprimento típico de uma corda. O papel da teoria de cordas é nos dar uma extensão ultravioleta (UV) para a ação acima.

Essa teoria é clássica quando o “ $\hbar$  efetivo” é pequeno. Esse  $\hbar$  efetivo é dado pela razão  $\ell_P/L$ , onde  $\ell_P$  é o comprimento de Planck, a típica escala de comprimento na qual efeitos de gravidade quântica se tornam importantes. Esse comprimento é obtido a partir de análise dimensional, como uma combinação de  $\hbar$ ,  $c$ , e  $G$ . Ele é

muito pequeno, da ordem de  $\sim 10^{-33}$  cm. Em unidades de  $\hbar = c = 1$ , temos  $G = \ell_P^3$ .

Essa análise sugere que algumas teoria quânticas de campos em quatro dimensões podem ser equivalentes à gravidade num espaço (assintoticamente)  $AdS_5$ .<sup>3</sup> Há um dicionário preciso entre a teoria de gravidade (ou do bulk) e a TQC (ou da fronteira):<sup>4</sup>

<b>bulk</b>		<b>fronteira</b>	
campos em AdS, $\phi^A$	$\leftrightarrow$	operadores locais na TQC, $\mathcal{O}^A$	
spin, cargas	$\leftrightarrow$	spin, cargas	(1.8)
massa, $m$	$\leftrightarrow$	dimensão de escala, $\Delta$ .	

Por exemplo, apenas igualando números quânticos nós podemos ver que a métrica  $g_{\mu\nu}$  no lado da gravidade corresponde no lado da fronteira ao tensor energia momento da TQC,  $T_{\mu\nu}$ . Similarmente, uma corrente global  $J^\mu$  na fronteira corresponde a um campo de gauge  $A_\mu$  no bulk, como veremos em detalhe no Capítulo 6. Um outro exemplo é que para escalares as massas (em unidades do raio  $L$  de AdS) estão relacionadas à dimensão conforme do correspondente operador pela relação  $m^2 L^2 = \Delta(\Delta - 4)$ .

Numa teoria invariantes por transformações de escala não há uma definição usual dos estados assintóticos e da matriz-S. Os observáveis da teoria são, portanto, funções de correlação do vácuo dos operadores da teoria:

$$\langle \mathcal{O}_1(x_1) \mathcal{O}_2(x_2) \dots \rangle. \tag{1.9}$$

---

<sup>3</sup>Uma importante característica do espaço de AdS é que geodésicas nulas podem alcançar a fronteira do espaço em tempo finito, assim, para ter uma evolução bem definida é necessário especificar condições de contorno. Isso é como fixar um setor de super-seleção: Numa teoria de gravidade nós precisamos integrar sobre a métrica, mas, pela razão acima, precisamos manter fixas as condições de contorno, que são escolhidas como sendo do tipo AdS.

<sup>4</sup>No que segue  $A$  denota a coleção de todos os possíveis índices.

Nós podemos introduzir um funcional gerador

$$\mathcal{L}(x) \rightarrow \mathcal{L}(x) + \sum_A \mathcal{O}_A(x) J^A(x) \equiv \mathcal{L}(x) + \mathcal{L}_J(x), \quad (1.10)$$

onde  $J^A$  é uma fonte para o operador  $\mathcal{O}_A$ . Também podemos definir

$$Z[J] \equiv \left\langle e^{-\int \mathcal{L}_J} \right\rangle_{front} \quad (1.11)$$

e

$$\left\langle \prod \mathcal{O} \right\rangle_{front} = \prod \frac{\delta}{\delta J} \log Z[J=0]. \quad (1.12)$$

Esse termo de fonte é uma perturbação ultravioleta, por operadores locais, da ação original nua. Isso sugere que devemos fazer perturbações nas condições de fronteira (= região UV) em AdS para imitar essas perturbações  $J^A$ . Os  $J^A$  da teoria de fronteira precisam, portanto, estar codificados nas condições de contorno para os campos no bulk. Mais precisamente, os modos não-normalizáveis dos campos na fronteira acabam por ser precisamente as fontes  $J^A$ , enquanto os modos normalizáveis são valores esperados dos correspondentes operadores. Isso motiva a *fórmula GPKW* [2, 3]:

$$Z[J] = Z_{GQ}[\text{assint. AdS}]. \quad (1.13)$$

Nós realmente não sabemos o que o funcional gerador da gravidade quântica  $Z_{GQ}$  é, mas em alguns casos (quando a gravidade é clássica) nós podemos aproximá-lo por um ponto de sela. A razão  $L/\ell_P$  (que, como veremos a seguir, corresponde ao número de graus de liberdade na TQC dual) é o que controla a agudeza do ponto de sela e a validade da aproximação.

É importante salientar que a fórmula GKPW é uma equivalência no nível de funções de partição, assim, há uma dualidade quântica completa e *exata* entre as teorias.

### 1.1.1 Contagem de graus de liberdade

Como um teste básico da dualidade gauge/gravidade, nós podemos contar o número de graus de liberdade nas teorias do bulk e da fronteira, seguindo [8]. No bulk, o número de graus de liberdade é dado pela entropia máxima

$$S_{max} = \frac{A_{front}}{4G}. \quad (1.14)$$

Esse número pode ser comparado com o número de graus de liberdade da TQC, mas para fazer isso nós precisamos regularizá-los.

Vamos começar com o lado da TQC. Nós podemos usar uma regularização de rede com um intervalo de largura  $\delta$ . Também precisamos de um corte no infravermelho (IV),  $R$ , veja a Fig. 1.1. Vamos definir que o número de graus de liberdade da TQC por site da rede é dado por  $N_c^2$ . Assim, o número total de graus de liberdade da teoria é dado por

$$\frac{N_c^2}{\text{site}} \times (\text{número de sites}). \quad (1.15)$$

Dentro de uma caixa cúbica com 3 dimensões de comprimento  $R$  esse número é

$$N_{TQC} = \left(\frac{R}{\delta}\right)^3 N_c^2. \quad (1.16)$$

Vamos passar agora para o bulk. Nós precisamos calcular a área da fronteira. Antes de fazer isso, vamos mudar de coordenadas na métrica AdS (1.6),  $u = L^2/r$ .

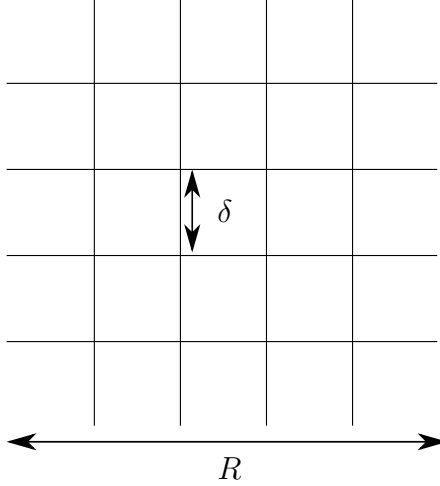


Figura 1.1: Regularização de rede para a contagem do número de graus de liberdade da TQC.

Nós fazemos isso num tempo fixo,  $t = const..$  A métrica fica

$$ds^2 = \frac{L^2}{u^2} (du^2 + d\vec{x}^2) , \quad (1.17)$$

e a área da fronteira é dada por

$$A_{front} = \int_{front} d^3x \sqrt{g} . \quad (1.18)$$

Ela diverge por duas razões. Uma razão é que a fronteira é infinita (é apenas espaço plano), isso é uma divergência infravermelha. A outra razão é que a métrica diverge no ultravioleta quando  $u \rightarrow 0$ , que é precisamente a localização da fronteira. Nós precisamos, portanto, de dois cortes diferentes, veja a Fig. 1.2. O corte UV consiste em fatiar o espaço AdS em famílias de espaços de Minkowski a diferentes valores de  $u$  e em tomar a fronteira em  $u = \delta$  ao invés de  $u = 0$ , com o entendimento de que

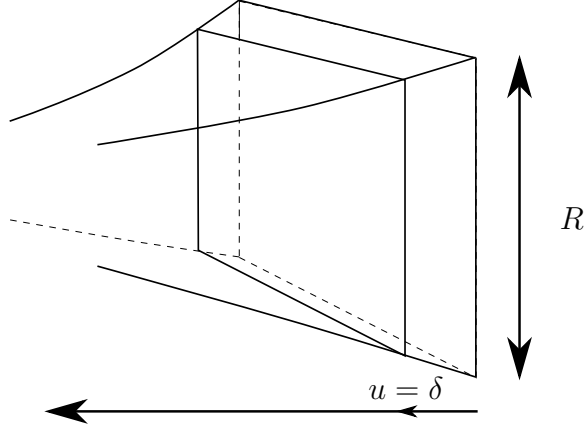


Figura 1.2: Regularização do cálculo do número de graus de liberdade no bulk.

nós vamos tomar o limite  $\delta \rightarrow 0$  no final. Nós chamamos o corte infravermelho de  $R$ , como acima. Portanto, a área regularizada da fronteira é

$$A_{front} = \int_0^R d^3x \left( \frac{L}{u} \right)^3 \Big|_{u=\delta} = \left( \frac{RL}{\delta} \right)^3. \quad (1.19)$$

Nós vemos imediatamente que, parametricamente, os números de graus de liberdade do bulk e da fronteira se comportam da mesma forma. Ambos são proporcionais ao volume  $R^3$  da fronteira e têm a mesma dependência com relação ao corte UV. Se igualarmos  $N_{TQC} = S_{max}$ , nós obtemos que

$$\frac{L^3}{G} = \left( \frac{L}{\ell_P} \right)^3 \sim N_c^2. \quad (1.20)$$

Isso nos diz que, se quisermos  $L \gg \ell_P$  no lado da gravidade (de forma que a gravidade seja clássica) nós precisamos, no lado da TQC, que o número de graus de liberdade

por site seja grande,  $N_c^2 \gg 1$ . Isso é chamado de limite de “ $N_c$  grande” da teoria de gauge. Nesse limite, também chamado de *limite planar*, a série perturbativa da teoria de gauge se simplifica, como já foi apontado por 't Hooft em 1974 [19].

### 1.1.2 Buracos negros e estados térmicos em TQC

Nessa tese nós vamos nos preocupar com plasmas de teorias de gauge, que são estados a temperatura finita. No caso gravitacional nós lembramos que buracos negros têm temperatura e propriedades termodinâmicas. Considerar um buraco negro em AdS corresponde à introdução de uma temperatura no lado da teoria de gauge. A teoria de gauge estará num estado de equilíbrio térmico na temperatura de Hawking,  $T_H$ .

Pode-se comparar as entropias nas duas descrições. Do lado da teoria de gauge é possível fazer o cálculo no caso de acoplamento fraco para uma teoria numa esfera de raio  $L$ . Encontra-se

$$S_{front} \sim N_c^2 T_H^3 L^3, \quad (1.21)$$

onde  $N_c^2$  é o número de graus de liberdade da teoria. Do lado da gravidade, encontra-se [20]

$$S_{BH} = \frac{A}{4G} \sim N_c^2 T_H^3 L^3, \quad (1.22)$$

onde agora  $L$  é o raio do espaço  $AdS_5$  e o fator  $N_c^2$  foi obtido traduzindo-se o  $G$  para a linguagem de teoria de gauge. O acordo entre as dependências paramétricas é notável. Incluindo todos os fatores numéricos, obtém-se

$$S_{BH} = \frac{3}{4} S_{front}, \quad (1.23)$$

com o desacordo por um fator (famoso) de 3/4. Essa incompatibilidade é esperada, já

que estamos comparando um resultado de acoplamento fraco com um de acoplamento forte.

## 1.2 Aplicação ao QGP

Como antecipamos acima, a correspondência AdS/CFT foi recentemente aplicada, de forma muito proveitosa, ao estudo do QGP produzido em colisões de íons pesados no RHIC [9, 10] e no LHC [11].<sup>5</sup> A principal motivação para fazer isso é que esse plasma parece se comportar como um fluido fortemente acoplado, ao invés de um gás ideal de quarks e gluons [22, 23], o que torna problemática a aplicação de métodos teóricos tradicionais baseados em teoria de perturbação.<sup>6</sup> A correspondência fornece um jeito de traduzir questões sobre esse sistema que são difíceis de tratar para a linguagem dual (mais simples) de gravidade clássica e buracos negros no espaço de AdS.

Em geral, uma exigência necessária para que a descrição de cordas ser tratável é que o plasma seja infinitamente acoplado,  $\lambda = g_{\text{YM}}^2 N_c \rightarrow \infty$ . Claro, o QGP do mundo real não é infinitamente acoplado, e sua dinâmica envolve uma complexa combinação de físicas de acoplamento fraco e forte que dependem das possíveis múltiplas escalas que caracterizam o processo de interesse. A motivação para estudar modelos de cordas é que eles provêm exemplos nos quais cálculos explícitos podem ser feitos a partir de primeiros princípios em acoplamento forte, em particular, no domínio de tempo real. Portanto, a esperança é que, entendendo os limites de acoplamento forte e fraco, possamos abordar a dinâmica de um QGP do mundo real, que fica em algum lugar entre esses dois limites.

---

<sup>5</sup>Uma revisão recente dessas aplicações é [21].

<sup>6</sup>A abordagem de QCD na rede é apropriada para algumas aplicações, como a derivação das equações de estado, mas não para outras, como o estudo de propriedades dinâmicas e coeficientes de transporte.

Também é claro que para estudar a QGP do mundo real é necessário o uso do dual holográfico da QCD, que, infelizmente, não é conhecido atualmente, mas a esperança é que, estudando “proxies” razoáveis, como SYM com  $\mathcal{N} = 4$  a temperatura finita, seja possível obter informações úteis sobre aspectos qualitativos da dinâmica do plasma fortemente acoplado. De fato, acontece que, enquanto os limites de temperatura zero da QCD e de SYM com  $\mathcal{N} = 4$  são teorias completamente diferentes (a primeira é confinante, e a última é conforme e supersimétrica, entre outras diferenças), nas temperaturas típicas exploradas no RHIC e no LHC, muitas dessas diferenças desaparecem, veja, por exemplo, [24]. Além disso, algumas quantidades resultam ser independentes do modelo e universais, um exemplo notável sendo a razão da viscosidade de cisalhamento com a entropia [25].

A aplicação da correspondência AdS/CFT para o estudo deste tipo de sistemas atraiu recentemente um grande interesse nas comunidades de teoria da cordas e de teoria nuclear. Várias quantidades fenomenologicamente relevantes, tais como a supracitada razão entre a viscosidade de cisalhamento e a entropia [26, 25], o parâmetro de atenuação de jato [27, 28] e forças de arrasto [29, 30], até então impossíveis de serem calculadas na representação da fronteira, tem sido obtidas na representação dual do bulk. Pode-se realmente dizer que, através dessas aplicações (assim como de estudos subsequentes que lidam com sistemas em matéria condensada, veja, por exemplo, [31]) que a teoria de cordas está começando a fazer contato com experimentos!

O foco dessa tese será repetir o cálculo de muitas das quantidades citadas acima no caso de um plasma fortemente acoplado exibindo anisotropia espacial. Como explicaremos a seguir, a anisotropia é uma característica importante de um plasma real produzido no RHIC e no LHC, sendo, portanto, interessante modelá-la em acoplamento forte e ver como ela afeta os observáveis físicos.

## 1.3 Organização da tese

Essa dissertação é baseada nos seguintes artigos escritos durante o tempo deste autor na USP, começando em Outubro de 2011:

- M. Chernicoff, D. Fernandez, D. Mateos, D. Trancanelli,  
*Drag force in a strongly coupled anisotropic plasma,*  
JHEP **1208** (2012) 100 [arXiv:1202.3696 [hep-th]].
- M. Chernicoff, D. Fernandez, D. Mateos, D. Trancanelli,  
*Jet quenching in a strongly coupled anisotropic plasma,*  
JHEP **1208**, 041 (2012) [arXiv:1203.0561 [hep-th]].
- M. Chernicoff, D. Fernandez, D. Mateos, D. Trancanelli,  
*Quarkonium dissociation by anisotropy,*  
JHEP **1301** (2013) 170 [arXiv:1208.2672 [hep-th]].
- L. Patiño, D. Trancanelli,  
*Thermal photon production in a strongly coupled anisotropic plasma,*  
JHEP **1302** (2013) 154 [arXiv:1211.2199 [hep-th]].

Durante este período de tempo também foi escrito um outro artigo, que foi publicado na PRL:

- M. P. Heller, D. Mateos, W. van der Schee, D. Trancanelli,  
*Strong Coupling Isotropization of Non-Abelian Plasmas Simplified,*  
Phys. Rev. Lett. **108**, 191601 (2012) [arXiv:1202.0981 [hep-th]],

que decidimos não incluir nessa dissertação, já que trata de um tópico ligeiramente diferente (embora relacionado) do considerado aqui.

No próximo capítulo, nós revemos a solução de supergravidade do tipo IIB descoberta em [32, 33], que é usada para modelar um plasma fortemente acoplado com anisotropia espacial. A solução é estática, possui um horizonte anisotrópico, e é completamente regular. Ela pode ser vista como um fluxo do grupo de renormalização de uma geometria AdS no ultravioleta para uma geometria do tipo Lifshitz no infravermelho. A anisotropia pode ser equivalentemente entendida como resultante de um termo teta dependente da posição ou como uma densidade não-nula de D7-branas dissolvidas na geometria.

Após essa revisão, nós descrevemos na Parte II quatro observáveis físicos de interesse no estudo de plasmas produzidos em colisões de íons pesados relativísticos.

No Capítulo 3 é analisada a **força de arrasto** experimentada por um quark movendo-se através do plasma [34]. A nuvem de glúons que se arrasta atrás do quark não fica, em geral, alinhada com a velocidade do quark, e esta última também não se alinha com a força. O coeficiente de arrasto,  $\mu$ , pode ser maior ou menor que o correspondente valor isotrópico, dependendo da velocidade e da direção do movimento. Nós vamos prestar particular atenção ao comportamento ultra-relativístico da força de arrasto, que pode ser determinado analiticamente, e que mostrará um coeficiente de arrasto que, em geral, será proporcional ao momento.

No Capítulo 4, nós estudamos o **parâmetro de atenuação de jatos** do meio [35]. Essa grandeza depende da orientação relativa entre a direção anisotrópica, a direção do movimento do parton, e a direção ao longo da qual o alargamento de momento é medido. Nós apresentamos os resultados para orientações arbitrárias e valores arbitrário da anisotropia. O valor anisotrópico pode ser maior ou menor que o isotrópico, e isso depende se a comparação é feita a iguais temperaturas ou a iguais densidades de entropia. Nós comparamos nossos resultados com cálculos análogos

para o plasma de quarks e gluons do mundo real e encontramos concordância em alguns casos e desacordos em outros.

No Capítulo 5, nós calculamos o **comprimento de blindagem de quarkonia** movendo-se através do plasma [36]. Nós apresentamos os resultados para mésons com velocidades e orientações arbitrárias, bem como para valores arbitrários de anisotropia. O comprimento de blindagem anisotrópico pode ser maior ou menor que o isotrópico, e isso depende se a comparação é feita a iguais temperaturas ou a iguais densidades de entropia. Para um movimento genérico, nós encontramos que: mésons se dissociam acima de certo valor crítico da anisotropia, mesmo a temperatura zero; há uma velocidade limite para os mésons no plasma, mesmo a temperatura zero; no limite ultra-relativístico o comprimento de blindagem é proporcional a  $(1 - v^2)^\epsilon$  com  $\epsilon = 1/2$ , em contraste com o resultado isotrópico  $\epsilon = 1/4$ .

Finalmente, no Capítulo 6 nós calculamos a **taxa de produção de fótons** no plasma, que acoplamos a  $N_f \ll N_c$  quarks de sabor [37]. Nós consideramos orientações arbitrárias do momento linear do fóton com relação à direção de anisotropia, e também valores arbitrário de anisotropia. Apresentamos resultados para as funções de correlação de duas correntes eletromagnéticas e para a condutividade elétrica. Essas quantidades podem ser maiores ou menores que as correspondentes quantidades isotrópicas, dependendo da direção de propagação e da polarização dos fótons. No entanto, a taxa de produção total anisotrópica é sempre maior que a isotrópica, independentemente da frequência, da direção de propagação, e do valor da anisotropia.

Alguns cálculos mais técnicos relativos à análise de força de arrasto estão contidos em dois apêndices.

## Capítulo 2

# Um plasma anisotrópico fortemente acoplado

Uma característica do plasma produzido no RHIC e no LHC é que, inicialmente, ele é altamente anisotrópico, isto é, ele exibe uma direção preferencial.<sup>1</sup> Os íons de ouro ou chumbo espalhados geralmente colidem com parâmetro de impacto não-nulo, sobrepõem-se em uma região com formato de amêndoa, e o plasma evolui diferentemente nas direções paralela e ortogonal ao eixo dessa amêndoa. Isso é conhecido como ‘fluxo elíptico’, veja a Fig. 2.1.

O sistema é localmente anisotrópico durante um curto intervalo de tempo após a colisão,  $\tau < \tau_{\text{iso}}$ , e mais tarde se torna localmente isotrópico. Uma descrição anisotrópica intrinsecamente hidrodinâmica foi proposta para descrever o estágio inicial após a colisão [38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46], nessa descrição é assumido que o

---

<sup>1</sup>O termo ‘anisotrópico’ é por vezes utilizado na literatura para se referir aos sistemas em que existe uma assimetria entre o tempo e espaço, isto é, sistemas que não possuem invariância de Lorentz. Nessa tese nós vamos usar o termo ‘anisotrópico’ para se referir exclusivamente aos sistemas com anisotropia espacial, ou seja, sistemas nos quais há uma assimetria entre diferentes direções espaciais.

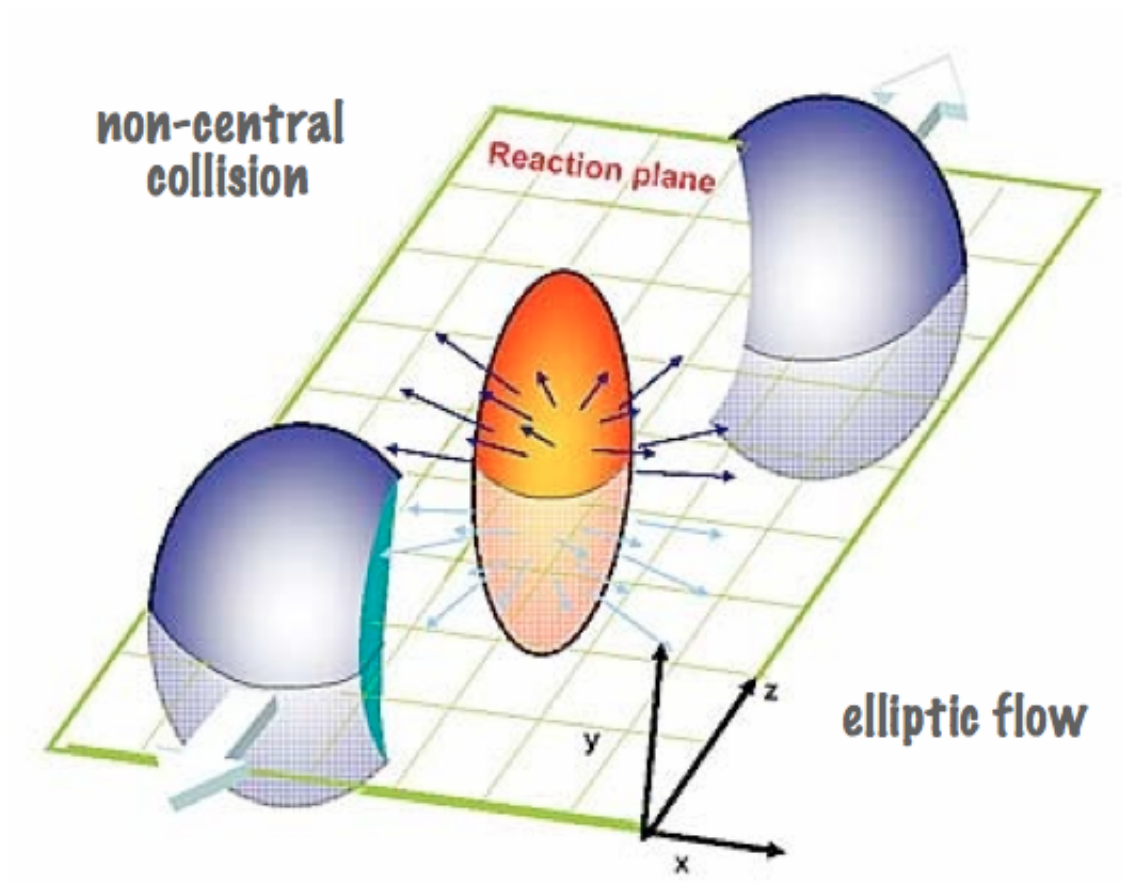


Figura 2.1: Fluxo elíptico.  $z$  é a direção do feixe (ou longitudinal) e o plano  $xy$  é o plano transverso. Crédito da figura: Brookhaven National Laboratories.

plasma tem pressões desiguais nas direções longitudinal e transversa. Num tempo  $\tau_{\text{iso}}$  as pressões se tornam aproximadamente iguais e pode ser aplicada uma descrição hidrodinâmica padrão, na qual o tensor de tensões é assumido ser localmente isotrópico, o que significa que cada pequeno cubo no QGP é isotrópico em seu referencial de repouso. Mesmo nesta fase, certos observáveis podem ser sensíveis à física em vários cubos adjacentes, neste caso não há um referencial no qual eles possam ser calculados como se não houvesse anisotropia presente. Um exemplo simples é o arrasto experimentado por um quark pesado movendo-se através do plasma. Do lado gravitacional, o quark é modelado por uma corda infinitamente longa [30, 34], que é, portanto, sensível à física numa grande região do plasma. No lado da teoria de gauge, o tamanho da corda corresponde (grosseiramente) ao tamanho da nuvem gluônica que ‘veste’ o quark.

Essas considerações nos motivam a tentar descrever esse estado anisotrópico fortemente acoplado usando uma representação dual gravitacional.

## 2.1 O esquema holográfico

Nós revemos aqui a solução de supergravidade do tipo IIB encontrada em [32, 33] que nós vamos usar para modelar o plasma anisotrópico fortemente acoplado. Essa solução é uma generalização para temperatura finita da solução encontrada na Ref. [47]. No referencial de Einstein a geometria em dez dimensões se fatora como  $\mathcal{M} \times \mathcal{X}$ , onde  $\mathcal{X}$  é uma variedade de Einstein com cinco dimensões que, por simplicidade, nós tomaremos como sendo  $\mathcal{X} = S^5$ , e  $\mathcal{M}$  satisfaz as seguintes propriedades:

1. É estática e anisotrópica (ao longo das direções da teoria de gauge).

2. Possui um horizonte e é regular nele e fora dele.

3. Assintoticamente, se aproxima de  $AdS_5$ .

A exigência de estaticidade é motivada pela busca de simplicidade. Em outras palavras, nós desejamos ser capazes de estudar a termodinâmica do sistema, suas resposta à pequenas perturbações, etc. A presença de um horizonte é dual à presença de um plasma a temperatura finita na teoria de gauge. A exigência de regularidade garante que os cálculos sejam não ambíguos e bem definidos. Por fim, a condição de contorno de AdS garante que a holografia esteja em sua posição mais firme. Mais especificamente, o fato de nossa configuração resolver as equações de supergravidade do tipo IIB e assintoticamente se aproximar de  $AdS_5 \times S^5$  implica que ela é dual à teoria de SYM com  $\mathcal{N} = 4$  deformada por um operador (marginalmente) relevante, e que, portanto, está solidamente incorporada na teoria de cordas.

Assim como em [47], a deformação da teoria  $\mathcal{N} = 4$  que consideramos corresponde a adição de um parâmetro  $\theta$  que depende linearmente de uma das três direções espaciais,  $\theta = 2\pi n_{D7} z$ , onde  $(t, x, y, z)$  são as coordenadas da teoria de gauge e  $n_{D7}$  é uma constante com dimensões de energia que (como revisaremos) pode ser interpretada como a densidade de D7-branas distribuídas ao longo da direção  $z$ . Em outras palavras, a ação total da teoria de gauge assume a forma

$$S_{\text{gauge}} = S_{\mathcal{N}=4} + \delta S, \quad \delta S = \frac{1}{8\pi^2} \int \theta(z) \text{Tr } F \wedge F. \quad (2.1)$$

Isso claramente quebra a isotropia (e viola CP), mas não a invariância por translações, já que integração por partes fornece

$$\delta S \propto -n_{D7} \int dz \wedge \text{Tr} \left( A \wedge F + \frac{2}{3} A^3 \right). \quad (2.2)$$

Incidentalmente, essa expressão mostra que, se a direção  $z$  for compactificada num círculo, a teoria em três dimensões resultante contém um termo de Chern-Simons. Além disso, se forem impostas condições de contorno anti-periódicas para os férmions ao longo do círculo, então a teoria flui para uma teoria de Chern-Simons. A deformação (2.1) quebra todas as supersimetrias da teoria de SYM quadri-dimensional.

A constante de acoplamento complexa da teoria  $\mathcal{N} = 4$  está relacionada ao axion e ao dilaton da teoria de supergravidade do tipo IIB através da relação

$$\tau = \frac{\theta}{2\pi} + i \frac{4\pi}{g_{\text{YM}}^2} = \chi + ie^{-\phi}. \quad (2.3)$$

Assim, nós esperamos que a solução gravitacional dual à deformação (2.1) terá um campo do axion dependente da posição da forma  $\chi = az$ , onde a constante  $a$  é dada por [33]

$$a = \frac{\lambda n_{D7}}{4\pi N_c}, \quad (2.4)$$

onde  $\lambda = g_{\text{YM}}^2 N_c$  é o acoplamento de 't Hooft da teoria de gauge. Como o axion é magneticamente originado por D7-branas, isso sugere que dever ser possível interpretar a solução em termos de um número de D7-branas dissolvidas na geometria [47], veja a Fig. 2.2. As D7-branas estão enroladas nas direções  $S^5$  da geometria, estendem-se ao longo das direções  $xy$  e são homogeneamente distribuídas (*smeared*) ao longo da direção  $z$  com densidade uniforme  $n_{D7} = dN_{D7}/dz$ . Em vista da relação

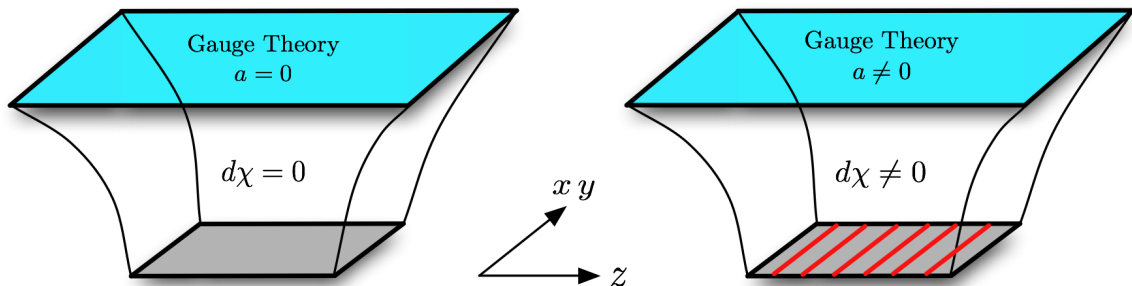


Figura 2.2: D7-branas dissolvidas na geometria.

(2.4), nós vamos usar  $n_{D7}$  e  $a$  indistintamente para nos referir ao número de D7-branas ou densidade de carga das D7-branas. A orientação das D3-branas e das D7-branas que dá origem à nossa solução pode ser resumida (segundo a notação convencional) por uma tabela

		$t$	$x$	$y$	$z$	$u$	$S^5$	
$N_c$	D3	×	×	×	×			,
$N_{D7}$	D7	×	×	×			×	

onde  $u$  é a coordenada radial holográfica em  $AdS_5$ . Essa solução incorpora a *back-reaction* completa e as D7-branas estão completamente ‘dissolvidas’ na geometria, assim como as  $N_c$  D3-branas que dão origem a  $AdS_5 \times S^5$ . Nós também enfatizamos que, diferentemente do caso de D7-branas usadas para introduzir graus de liberdade de sabor (quarks) em SYM com  $\mathcal{N} = 4$  [48, 49], as D7-branas consideradas aqui não se estendem na direção radial. Conseqüentemente, elas não alcançam a fronteira AdS e não adicionam novos graus de liberdade à teoria SYM.

Uma característica da deformação (2.1) é que ela induz uma anomalia conforme,  $\langle T_i^i \rangle \neq 0$  [33]. Essa anomalia desempenha um papel importante na termodinâmica do sistema, principalmente porque ela implicará a existência de uma escala de referência arbitrária,  $\mu$ , um remanescente do processo de renormalização muito parecido com o *subtraction point* na QCD. Isso por sua vez significa que *a física não depende somente de  $a/T$* , mas sim de duas razões adimensionais que podem ser tomadas como sendo  $a/\mu$  e  $T/\mu$ . Nós veremos, no entanto, que os observáveis físicos estudados na segunda parte dessa tese não são afetado por essa anomalia.

Conforme mencionado acima, no ultra-violeta a solução se aproxima de  $AdS_5 \times S^5$ , como é apropriado para uma deformação marginalmente relevante da teoria  $\mathcal{N} = 4$ . Neste limite a solução é invariante sob a transformação de escala  $x^i \rightarrow kx^i$ ,  $u \rightarrow ku$ . No infra-vermelho, por outro lado, ela se aproxima de uma solução do tipo Lifshitz, cuja métrica é invariante sob uma transformação de escala como acima para todas as coordenadas, exceto para  $z$ , que se transforma como  $z \rightarrow k^{2/3}z$ . Nesse sentido, a solução pode ser vista como um fluxo do grupo de renormalização entre um ponto fixo isotrópico UV e um ponto fixo anisotrópico IV.<sup>2</sup>

A versão a temperatura zero desse fluxo foi encontrada em [47], e neste caso o referencial da corda exibe uma singularidade de curvatura nua no IV. No entanto, a temperatura finita a singularidade é escondida atrás do horizonte e a solução é completamente regular sobre o horizonte e também fora dele, não exibindo patologias, independentemente do número de D7-branas.

---

<sup>2</sup>Isso é um pequeno abuso de linguagem, pois, apesar de a métrica no IV ser invariante por transformações de escala, o dilaton e as formas de Ramond-Ramond não são.

### 2.1.1 A geometria dual

A solução em dez dimensões é um produto direto da forma  $\mathcal{M} \times S^5$ , onde o raio  $L$  de  $S^5$  é constante no referencial de Einstein e é dado por

$$L^4 = 4\pi g_s N_c \ell_s^4 = \lambda \ell_s^4, \quad (2.6)$$

onde  $\lambda = g_{\text{YM}}^2 N_c$  é o acoplamento de 't Hooft da teoria de gauge e  $\ell_s$  é o comprimento da corda. Portanto,  $\mathcal{M}$  pode ser vista como uma solução de supergravidade em cinco dimensões com uma constante cosmológica constante  $\Lambda = -6/L^2$ . Como somente a métrica  $g_{\mu\nu}$ , o axion  $\chi$ , e o dilaton  $\phi$  são excitados, a ação se reduz à ação da gravidade com o axion e o dilaton em cinco dimensões, que no referencial de Einstein toma a forma

$$S_{\text{bulk}} = \frac{1}{2\kappa^2} \int_{\mathcal{M}} \sqrt{-g} \left( R + 12 - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{1}{2}e^{2\phi}(\partial\chi)^2 \right) + \frac{1}{2\kappa^2} \int_{\partial\mathcal{M}} \sqrt{-\gamma} 2K, \quad (2.7)$$

onde  $2\kappa^2 = 16\pi G$  é o acoplamento gravitacional em cinco dimensões e a segunda integral é o termo de Gibbons-Hawking. Por conveniência, em alguns lugares desta tese nós iremos medir todos os comprimentos em unidades de  $L$ , isto é, nós colocaremos  $L = 1$  na Eq. (2.7), o que implica que  $G = \pi/2N_c^2$  e  $\kappa^2 = 4\pi^2/N_c^2$  (veja, por exemplo, [21]). No referencial da corda, a solução de supergravidade do tipo IIB assume a forma

$$\begin{aligned} ds^2 &= \frac{L^2}{u^2} \left( -\mathcal{F}\mathcal{B} dt^2 + dx^2 + dy^2 + \mathcal{H}dz^2 + \frac{du^2}{\mathcal{F}} \right) + L^2 e^{\frac{1}{2}\phi} d\Omega_5^2, \\ \chi &= az, \quad \phi = \phi(u), \quad \mathcal{H} = e^{-\phi}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

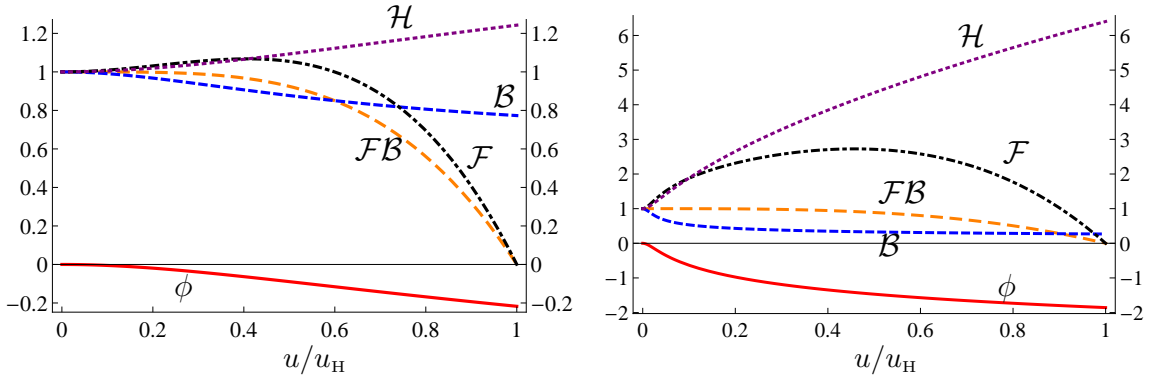


Figura 2.3: Funções da métrica para  $a/T \simeq 4.4$  (esquerda) e  $a/T \simeq 86$  (direita).

onde  $\Omega_5$  é o volume da forma de uma esfera em cinco dimensões

$$d\Omega_5^2 = d\psi^2 + \cos^2 \psi d\varphi^2 + \sin^2 \psi d\Omega_3^2, \quad (2.9)$$

e  $\chi$  e  $\phi$  são o axion e o dilaton, respectivamente, e  $(t, x, y, z)$  são as coordenadas da teoria de gauge. Como há invariância rotacional nas direções  $xy$ , nós vamos nos referir a essas direções como direções transversas, e à  $z$  como direção longitudinal.  $\mathcal{F}, \mathcal{B}$  e  $\mathcal{H}$  são funções da coordenada radial holográfica,  $u$ , que foram determinadas numericamente em [32, 33]. Elas foram graficadas para dois valores de  $a/T$  na Fig. 2.3. O horizonte fica em  $u = u_H$ , onde  $\mathcal{F} = 0$ , e a fronteira em  $u = 0$ , onde  $\mathcal{F} = \mathcal{B} = \mathcal{H} = 1$  e  $\phi = 0$ . A métrica na proximidade da fronteira se aproxima de  $AdS_5 \times S^5$ . Note que o axion é linear na coordenada  $z$ . A constante de proporcionalidade  $a$  tem dimensões de massa é uma medida da anisotropia. O perfil do axion é dual na teoria de gauge a um parâmetro teta da forma  $\theta \propto z$ . Ele age como uma fonte de quebra da isotropia, que força o sistema a ir para um estado de equilíbrio anisotrópico.

Se  $a = 0$ , então a solução se reduz à solução isotrópica de uma D3-brana negra

dual à teoria  $\mathcal{N} = 4$  a temperatura finita. Nesse caso

$$\mathcal{B} = \mathcal{H} = 1, \quad \chi = \phi = 0, \quad \mathcal{F} = 1 - \frac{u^4}{u_{\text{H}}^4}, \quad u_{\text{H}} = \frac{1}{\pi T}, \quad (2.10)$$

e a densidade de entropia toma a forma

$$s_{\text{iso}} = \frac{\pi^2}{2} N_c^2 T^3. \quad (2.11)$$

A Fig. 2.4 mostra a densidade de entropia por unidade de volume nas direções  $xyz$  do plasma anisotrópico como função da razão adimensional  $a/T$ , normalizada com relação à densidade de entropia de um plasma isotrópico na mesma temperatura. Para  $a/T$  pequeno, a densidade de entropia se comporta como no caso isotrópico, enquanto que para  $a/T$  grande, ela se comporta como [47, 32, 33]

$$s \simeq 3.21 N_c^2 T^3 \left( \frac{a}{T} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad [a/T \gg 1]. \quad (2.12)$$

A temperatura e densidade de entropia da geometria anisotrópica para regimes intermediários são dadas por [33]

$$T = \frac{e^{-\frac{1}{2}\phi_{\text{H}}} \sqrt{\mathcal{B}_{\text{H}}} (16 + a^2 u_{\text{H}}^2 e^{\frac{7}{2}\phi_{\text{H}}})}{16\pi u_{\text{H}}}, \quad s = \frac{N_c^2}{2\pi u_{\text{H}}^3} e^{-\frac{5}{4}\phi_{\text{H}}}, \quad (2.13)$$

onde  $\phi_{\text{H}} = \phi(u = u_{\text{H}})$  e  $\mathcal{B}_{\text{H}} = \mathcal{B}(u = u_{\text{H}})$ . A transição entre os dois comportamentos assintóticos da densidade de entropia acontece quando  $a/T \simeq 3.7$ . O espaço pode então ser interpretado como uma solução do tipo *domain-wall* interpolando entre uma geometria AdS no UV e uma geometria do tipo Lifshitz no IV, com a posição radial na qual a transição ocorre sendo definida pela escala anisotrópica  $a$ : quando

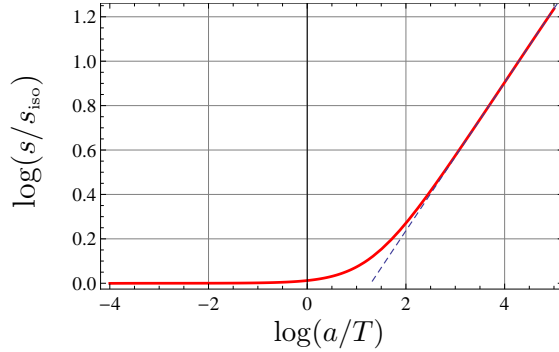


Figura 2.4: Gráfico log-log da densidade de entropia por unidade de volume nas direções  $xyz$  como função de  $a/T$ , com  $s_{\text{iso}}$  definida como na Eq. (2.11). A linha azul tracejada é uma linha reta cuja inclinação vale  $1/3$ .

$T \gg a$  o horizonte fica na região que é assintoticamente AdS com comportamento dado por (2.11), enquanto que, para  $T \ll a$ , o horizonte fica na região anisotrópica com comportamento dado por (2.12).

Para uso futuro, listamos aqui o comportamento na proximidade da fronteira das diferentes funções que determinam a solução (2.8):

$$\begin{aligned}
\mathcal{F} &= 1 + \frac{11}{24}a^2u^2 + \left( \mathcal{F}_4 + \frac{7}{12}a^4 \log u \right) u^4 + \mathcal{O}(u^6), \\
\mathcal{B} &= 1 - \frac{11}{24}a^2u^2 + \left( \mathcal{B}_4 - \frac{7}{12}a^4 \log u \right) u^4 + \mathcal{O}(u^6), \\
\mathcal{H} &= 1 + \frac{1}{4}a^2u^2 - \left( \frac{2}{7}\mathcal{B}_4 - \frac{5}{4032}a^4 - \frac{1}{6}a^4 \log u \right) u^4 + \mathcal{O}(u^6). \quad (2.14)
\end{aligned}$$

Os coeficientes  $\mathcal{F}_4$  e  $\mathcal{B}_4$  dependem de  $a$  e  $T$  e são conhecidos analiticamente nos limites de baixa e alta temperatura, e numericamente para regimes intermediários [33].

Para facilitar uma comparação (grosseira) da anisotropia nesse sistema com a de outros plasmas anisotrópicos é útil considerar a razão

$$\alpha = \frac{4E + P_{\perp} - P_{\parallel}}{3T_s}, \quad (2.15)$$

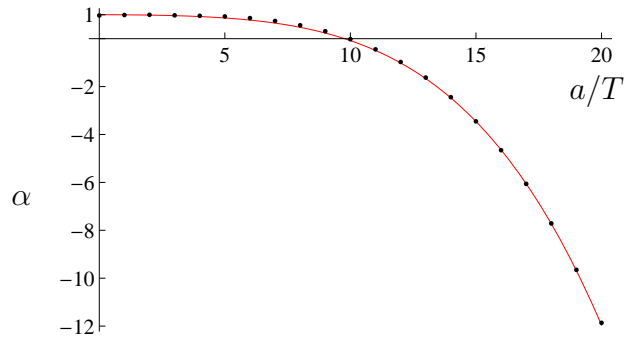


Figura 2.5: Razão (2.15) como função de  $a/T$ . Os pontos azuis são os valores da razão, e a curva vermelha é o ajuste (2.16).

onde  $E$  é a densidade de energia e  $P_{\perp}$  e  $P_{\parallel}$  são as pressões transversa e longitudinal, respectivamente. Além de ser adimensional, essa razão tem a virtude de não depender de  $a$  e  $T$  separadamente, mas apenas da combinação  $a/T$ . Para o plasma isotrópico de super Yang-Mills com  $\mathcal{N} = 4$ , tem-se  $\alpha = 1$ , enquanto que, para  $0 < a/T \lesssim 20$  a razão é bem aproximada pela expressão

$$\alpha \simeq 1 - 0.0036 \left(\frac{a}{T}\right)^2 - 0.000072 \left(\frac{a}{T}\right)^4, \quad (2.16)$$

como é mostrado na Fig. 2.5.

Em vários pontos dessa tese nós vamos nos referir ao limite  $T = 0$  do plasma anisotrópico. Como mencionado acima, a versão a temperatura zero da solução (2.8) foi encontrada em [47]. Neste caso a métrica no referencial da corda exibe uma singularidade e curvatura nua no IV, e a métrica do referencial de Einstein exibe forças de maré infinitas [50, 51]. No entanto, enfatizamos que, para qualquer temperatura finita, a singularidade é escondida atrás do horizonte e a solução é completamente regular sobre o horizonte e também fora dele, não exibindo patologia de nenhum tipo. Sendo assim, nós vamos pensar nos resultados para  $T = 0$  como aqueles obtidos

tomando-se o limite  $T \rightarrow 0$  dos resultados a temperatura finita.

## Parte II

### Observáveis físicos

# Capítulo 3

## Força de arrasto

Estendendo a análise isotrópica das Refs. [29, 30],<sup>1</sup> neste capítulo nós vamos considerar a força de arrasto agindo num quark infinitamente massivo movendo-se com velocidade constante através do plasma anisotrópico  $\mathcal{N} = 4$  descrito por (2.8). Um modelo simples para este sistema é descrito pela equação do movimento

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\mu\vec{p} + \vec{F}, \quad (3.1)$$

onde  $\vec{p}$  é o momento linear do quark,  $\mu$  é o coeficiente de arrasto, e  $\vec{F}$  é uma força externa. A força necessária para manter um movimento estacionário é  $\vec{F} = \mu\vec{p}$ . Uma observação que será importante para nós é que, no caso de um meio anisotrópico, o coeficiente de arrasto não é apenas um número, mas uma matriz. No nosso caso,

---

<sup>1</sup>Seguindo os cálculos originais da força de arrasto de [29, 30], os coeficientes de difusão foram obtidos independentemente em [52]. Esses primeiros trabalhos foram generalizados e elaborados num vasto número de contribuições subsequentes [53], incluindo, em particular, comparações com os correspondentes resultados de acoplamento fraco [54], bem como análises extensivas do tensor de energia-momento, que provê uma imagem detalhada da direcionalidade do fluxo de energia em regiões longe do quark em movimento [55]. Exemplos de estudos holográficos da força de arrasto na presença de anisotropias e/ou inomogeneidades incluem [56, 57].

veremos que essa matriz é diagonal,  $\mu = \text{diag}(\mu_x, \mu_y, \mu_z)$  com  $\mu_x = \mu_y \neq \mu_z$ . Dessa forma, devemos esperar que a força e o momento (ou a velocidade) do quark não estejam, em geral, alinhados, e de fato nossos cálculos reproduzirão essa característica. Também veremos que, diferente de [29, 30], o coeficiente de arrasto será dependente do momento linear.

No lado da gravidade o quark é descrito por uma corda se propagando no fundo (2.8). A ação da corda é

$$S = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int d^2\sigma \sqrt{-g} = \int d^2\sigma \mathcal{L}, \quad (3.2)$$

onde  $g$  é o determinante da métrica induzida na folha-mundo. Com o fator de  $L^2$  proveniente da métrica do espaço-tempo, a Lagrangiana é proporcional à  $L^2/2\pi\alpha' = \sqrt{\lambda}/2\pi$ . Nós vamos substituir este fator por 1 em nossas expressões intermediárias, e depois vamos reintroduzi-lo no final. Denotando as coordenadas de espaço-tempo coletivamente por  $X^M$ , o fluxo de quadrimomento  $\Pi_M$  ao longo da corda é dado por

$$\Pi_M = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\sigma X^M)}. \quad (3.3)$$

Fisicamente, pode-se imaginar que a força externa sobre o quark necessária para sustentar o movimento estacionário pode ser realizada anexando uma das extremidades da corda a uma D7-brana e introduzindo um campo elétrico constante  $F_{MN} = \partial_{[M} A_{N]}$  sobre a brana. Em outras palavras, nós adicionamos à ação (3.2) o termo de borda

$$S_{\text{bdry}} = - \int_{\partial\Sigma} d\tau A_N \partial_\tau X^N = -\frac{1}{2} \int_{\partial\Sigma} d\tau F_{MN} X^M \partial_\tau X^N. \quad (3.4)$$

A exigência de que o termo de borda que surge na variação da ação total  $S + S_{\text{bdry}}$

seja nulo fornece a condição de contorno

$$\Pi_M + F_{MN} \partial_\tau X^N \Big|_{\partial\Sigma} = 0. \quad (3.5)$$

Vamos agora nos concentrar no caso de um quark em movimento estacionário através do plasma. A corda não irá se mover ao longo das direções da esfera, de forma que essa parte da métrica não desempenhará nenhum papel no que segue. Além disso, dada a simetria rotacional nas direções  $xy$ , nós vamos assumir que  $y = 0$ . Nós fixamos o gauge estático identificando  $(t, u) = (\sigma^0, \sigma^1)$  e consideramos uma imersão da corda da forma

$$x(t, u) \rightarrow (vt + x(u)) \sin \varphi, \quad (3.6)$$

$$z(t, u) \rightarrow (vt + z(u)) \cos \varphi, \quad (3.7)$$

correspondendo a um quark movendo-se com velocidade  $v$  no plano  $xz$  num ângulo  $\varphi$  com o eixo  $z$ . Sob essas circunstâncias a Lagrangiana assume a forma

$$\mathcal{L} = - \left[ \frac{\mathcal{B}\mathcal{F} + \sin^2 \varphi (\mathcal{B}\mathcal{F}^2 x'^2 - v^2) + \mathcal{H} \cos^2 \varphi [\mathcal{B}\mathcal{F}^2 z'^2 - v^2 - \mathcal{F}v^2 (x' - z')^2 \sin^2 \varphi]}{\mathcal{F}u^4} \right]^{1/2}. \quad (3.8)$$

Assim, as taxas de energia e momento linear que fluem da corda em direção ao

horizonte são

$$\begin{aligned}
-\Pi_t &= \frac{1}{\mathcal{L}u^4} \mathcal{B}\mathcal{F}v \left[ x' \sin^2 \varphi + \mathcal{H}z' \cos^2 \varphi \right], \\
\Pi_x &= \frac{1}{\mathcal{L}u^4} \left[ \mathcal{B}\mathcal{F}x' + \mathcal{H}v^2(z' - x') \cos^2 \varphi \right] \sin \varphi, \\
\Pi_z &= \frac{1}{\mathcal{L}u^4} \mathcal{H} \left[ \mathcal{B}\mathcal{F}z' + v^2(x' - z') \sin^2 \varphi \right] \cos \varphi,
\end{aligned} \tag{3.9}$$

onde ' denota diferenciação com relação à  $u$ , e as condições de contorno (3.5) ficam

$$\Pi_x = F_x, \quad \Pi_z = F_z, \quad -\Pi_t = F_x v \sin \varphi + F_z v \cos \varphi, \tag{3.10}$$

onde  $(F_x, F_z)$  denotam as componentes da força externa (o campo elétrico). As primeiras duas equações nos dizem que a força externa compensa exatamente a perda de momento linear do quark no meio. A terceira equação é satisfeita identicamente em virtude de (3.9), e expressa o fato de que o trabalho feito pela força externa ser precisamente igual à taxa na qual o quark deposita energia no meio. Como veremos abaixo, a energia e o momento linear que fluem da fronteira até o horizonte (isto é,  $\Pi_x, \Pi_z$  e  $-\Pi_t$ ) são positivos desde que a corda fique atrás do quark (isto é, se  $x', z'$  forem negativos), como é esperado fisicamente. Isso pode ser visto facilmente pela análise de casos simples como o movimento ao longo da direção  $z$  ( $\varphi = 0$ ), para o qual

$$\Pi_z = -\frac{\mathcal{B}\mathcal{F}\mathcal{H}z'}{u^2 \sqrt{\mathcal{B} - \frac{\mathcal{H}v^2}{\mathcal{F}} + \mathcal{B}\mathcal{F}\mathcal{H}z'^2}}, \quad -\Pi_t = \Pi_z v, \quad \Pi_x = 0, \tag{3.11}$$

e o movimento ao longo de  $x$  ( $\varphi = \pi/2$ ), para o qual

$$\Pi_x = -\frac{\mathcal{BF} x'}{u^2 \sqrt{\mathcal{B} - \frac{v^2}{\mathcal{F}} + \mathcal{BF} x'^2}}, \quad -\Pi_t = \Pi_x v, \quad \Pi_z = 0. \quad (3.12)$$

Vamos agora determinar o perfil da corda e os correspondentes valores dos fluxos de energia e momento linear para valores arbitrário de  $v, \varphi$ . A primeira observação é que, genericamente, a corda não fica abaixo da trajetória de suas extremidades. Em outras palavras,  $x(u) \neq z(u)$ . De fato, se  $x(u) = z(u)$ , então a razão dos momentos seria dada por

$$\frac{\Pi_x}{\Pi_z} = \frac{\tan \varphi}{H(u)}, \quad (3.13)$$

o que seria uma contradição porque o lado esquerdo é uma constante enquanto que o lado direito não é. Para determinar o perfil correto da corda, nós invertemos as relações (3.9) para encontrar

$$x' = \pm \frac{\mathcal{H}v}{\mathcal{F}\sqrt{\mathcal{BH}}} \frac{N_x}{\sqrt{N_x N_z - D}}, \quad z' = \pm \frac{v}{\mathcal{F}\sqrt{\mathcal{BH}}} \frac{N_z}{\sqrt{N_x N_z - D}}, \quad (3.14)$$

onde

$$N_x = -\Pi_x (\mathcal{BF} \csc \varphi - v^2 \sin \varphi) + \Pi_z v^2 \cos \varphi, \quad (3.15)$$

$$N_z = -\Pi_z (\mathcal{BF} \sec \varphi - \mathcal{H}v^2 \cos \varphi) + \Pi_x \mathcal{H}v^2 \sin \varphi, \quad (3.16)$$

$$D = \frac{\mathcal{BF} \csc \varphi \sec \varphi}{u^4} \left[ \Pi_x \Pi_z u^4 - \mathcal{H}v^2 \cos \varphi \sin \varphi \right] \left[ \mathcal{BF} - v^2 (\mathcal{H} \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) \right]. \quad (3.17)$$

O fator  $N_x N_z - D$  dentro da raiz quadrada no denominador de (3.14) é positivo na

fronteira, onde  $\mathcal{B}, \mathcal{F}, \mathcal{H} \rightarrow 1$  e  $u \rightarrow 0$ , e também no horizonte, onde  $\mathcal{F} \rightarrow 0$ , sendo negativo em alguma região intermediária. Em outras palavras, ele se anula para dois valores diferentes de  $u$  entre a fronteira e o horizonte. Para ver isso, considere o último fator entre colchetes em (3.17).  $\mathcal{BF}(\mathcal{H})$  é monotonicamente decrescente (crescente) da fronteira até o horizonte, de forma que esse fator é positivo na fronteira e negativo no horizonte. Portanto, existe um valor crítico  $u_c$  entre a fronteira e o horizonte para o qual

$$\mathcal{B}_c \mathcal{F}_c - v^2 (\mathcal{H}_c \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = 0, \quad (3.18)$$

onde  $\mathcal{B}_c = \mathcal{B}(u_c)$ , etc. Neste ponto,  $D = 0$  e

$$N_x N_z|_{u_c} = -v^4 (\mathcal{H}_c \Pi_x \cos \varphi - \Pi_z \sin \varphi)^2, \quad (3.19)$$

que é negativo, a não ser que os momentos estejam relacionado por

$$\frac{\Pi_x}{\Pi_z} = \frac{\tan \varphi}{\mathcal{H}_c}. \quad (3.20)$$

Se essa condição não é satisfeita, então  $N_x N_z - D$  é negativo em algum intervalo  $u_1 < u_c < u_2$  e se anula para  $u = u_1$  e para  $u = u_2$ . Esse tipo de solução corresponde às cordas com as extremidades na fronteira. Aqui nós desejamos estudar quarks isolados, que são descritos por cordas que se estendem desde a fronteira até o horizonte, de forma que devemos exigir que  $N_x N_z - D$  seja não negativo para todo  $0 < u < u_H$ . Isso é satisfeito se, e somente se, (3.20) for satisfeita e se os dois zeros de  $D$  coincidirem entre si, isto é, se as primeiras colchetes quadrada em (3.17) também for nula em  $u = u_c$ . A última condição, junto com (3.20), permite que resolvamos para os dois

momentos independentemente, com o resultado final:

$$\Pi_x = \frac{v \sin \varphi}{u_c^2}, \quad \Pi_z = \mathcal{H}_c \frac{v \cos \varphi}{u_c^2}. \quad (3.21)$$

Sob essas circunstâncias o denominador em (3.14) é sempre real e positivo, exceto em  $u_c$ , onde ele se anula. Neste ponto, o numerador também se anula e as funções  $x', z'$  são suaves e negativas para todo  $0 < u < u_H$  em (3.14). Nós escolhemos o sinal positivo para  $u < u_c$  e o sinal negativo para  $u > u_c$ .

Em resumo, nós obtivemos a força  $\vec{F} = (\Pi_x, \Pi_z)$  que deve ser exercida sobre o quark para que ele se mantenha em movimento estacionário,

$$\vec{F} = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \frac{v}{u_c^2} (\sin \varphi, \mathcal{H}_c \cos \varphi), \quad (3.22)$$

em termos da velocidade do quark,  $\vec{v} = v(\sin \varphi, \cos \varphi)$ . (Nesta equação nós reinsertamos o fator  $L^2/2\pi\alpha'$ .) A força externa  $\vec{F}$  é igual ao oposto da força de arrasto exercida no quark pelo plasma, mas num leve abuso de linguagem, nós vamos nos referir à  $\vec{F}$  como força de arrasto. Note que  $\vec{v}$  e  $\vec{F}$  não estão alinhados com exceção do caso isotrópico, no qual  $\mathcal{H}_c = 1$ , ou num dos casos no qual a velocidade está alinhadas com um dos eixos, nos quais  $\varphi = 0, \pi/2$ . Note também que a força depende da velocidade através de fatores explícitos de  $v$  e  $\varphi$  na Eq. (3.22) e implicitamente através do valor de  $\mathcal{H}_c$ , que é uma solução da equação dependente de  $\vec{v}$ , (3.18).

Substituindo o resultado (3.21) em (3.14) nós obtemos a forma do perfil da corda com função da velocidade. A projeção deste perfil no plano  $xz$  tem o vetor tangente

$\vec{\tau} = (\tau_x, \tau_z) = (x' \sin \varphi, z' \cos \varphi)$ . O ângulo  $\varphi_\tau$  entre este vetor e o eixo  $z$  é

$$\tan \varphi_\tau = \frac{\tau_x}{\tau_z} = \epsilon \tan \varphi, \quad \epsilon = 1 + \frac{\mathcal{B}\mathcal{F}(\mathcal{H} - \mathcal{H}_c)}{\mathcal{B}\mathcal{F}\mathcal{H}_c - \mathcal{B}_c\mathcal{F}_c\mathcal{H}}. \quad (3.23)$$

No horizonte nós temos  $\mathcal{F} = 0$  e assim  $\epsilon = 1$ , o que significa que no infravermelho profundo a corda se alinha com a velocidade. No entanto, na proximidade da fronteira  $\mathcal{B}, \mathcal{H}, \mathcal{F} \rightarrow 1$  e assim

$$\epsilon \rightarrow 1 + \frac{1 - \mathcal{H}_c}{\mathcal{H}_c - \mathcal{B}_c\mathcal{F}_c}. \quad (3.24)$$

Isso é diferente da unidade para um  $\varphi$  genérico, de forma que a corda não se alinha com a velocidade exceto se  $\varphi = 0$  ou  $\varphi = \pi/2$ . Nesses dois casos especiais todo o perfil da corda (não apenas a parte infravermelha) se alinha com o eixo  $z$  ou com o eixo  $x$ , respectivamente, porque  $\epsilon$  permanece finito nesses limites enquanto que  $\tan \varphi \rightarrow 0, \infty$ , respectivamente. Note também que o vetor  $\vec{\tau}$  também não está alinhado com a força  $\vec{F}$ , pois  $\epsilon \neq \mathcal{H}_c^{-1}$ .

As fórmulas acima se reduzem às expressões corretas no limite isotrópico (2.10). Neste caso Eq. (3.18) fornece

$$u_c^2 = u_H^2 \sqrt{1 - v^2} = \frac{\sqrt{1 - v^2}}{\pi^2 T^2} \quad (3.25)$$

e a força (3.22) se torna

$$\vec{F}_{\text{iso}}(T) = F_{\text{iso}}(T)(\sin \varphi, \cos \varphi) \quad (3.26)$$

com

$$F_{\text{iso}}(T) = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2 \frac{v}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad (3.27)$$

como em [29, 30]. Para propósitos futuros é útil reescrever este resultado como

$$F_{\text{iso}}(s) = \frac{\sqrt{\lambda} s^{2/3}}{(2\pi)^{1/3} N_c^{4/3}} \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} \quad (3.28)$$

em termos da densidade de entropia (2.11) do plasma isotrópico  $\mathcal{N} = 4$ .

### 3.1 Resultados

Tendo em vista a fundamentação acima, nós podemos agora passar a apresentar nossos resultados. Já que, para  $a$  arbitrário, as funções da métrica em (2.8) são conhecidas somente numericamente, nós determinamos numericamente a força de arrasto em função da magnitude da velocidade do quark  $v$ , de sua direção  $\varphi$ , e da anisotropia,  $a$ , medida em unidades de temperatura,  $T$ , ou em unidades de densidade de entropia,  $s$ . A razão para trabalhar com  $a/T$  e com  $a/s^{1/3}$  é que nós queremos comparar a força de arrasto no plasma anisotrópico com a correspondente força num plasma isotrópico, e isso pode ser feito de pelo menos duas formas: pode-se considerar que os dois plasmas têm a mesma temperatura, mas densidades de entropia diferentes, ou têm a mesma densidade de entropia, mas diferentes temperaturas.

A força de arrasto  $F(v, \varphi, a/T)$  em unidades da força de arrasto isotrópica num plasma a mesma temperatura é mostrada na Fig. 3.1. A força de arrasto  $F(v, \varphi, a/s^{1/3})$  em unidades da força de arrasto isotrópica num plasma com a mesma densidade de entropia é mostrada na Fig. 3.2. Com alguma exceções, os resultados são bem similares. Em ambos os casos nós vemos que o arrasto anisotrópico é maior que o arrasto isotrópico exceto numa região próxima ao eixo  $x$ . Essa região é mostrada mais claramente na Fig. 3.3: as curvas nessa figura são as inteserções entre as duas superfícies

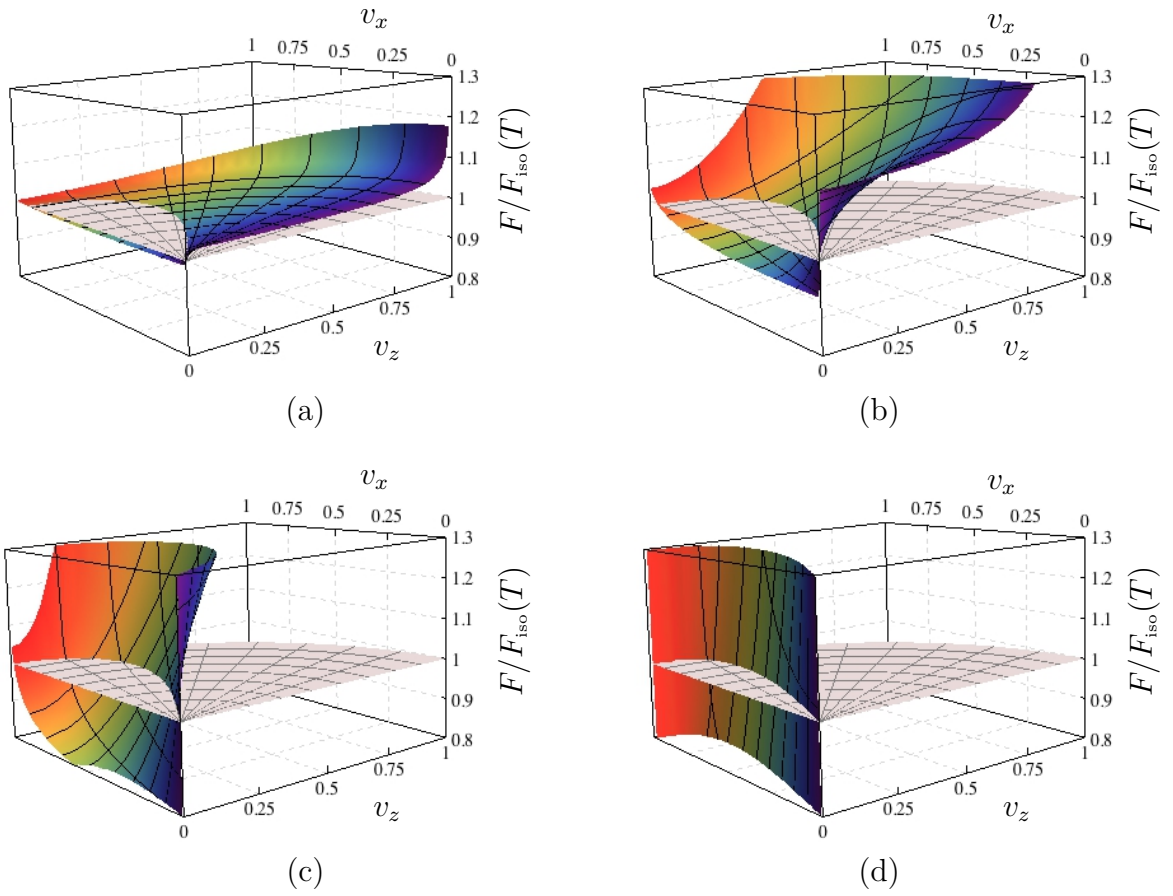


Figura 3.1: Força de arrasto como função da velocidade do quark,  $(v_x, v_z) = v(\sin \varphi, \cos \varphi)$  para um quark movendo-se através de um plasma anisotrópico com  $a/T = 1.38$ (a),  $4.41$ (b),  $12.2$ (c),  $86$ (d).  $F$  está plotado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico (3.27) para um plasma na mesma temperatura.

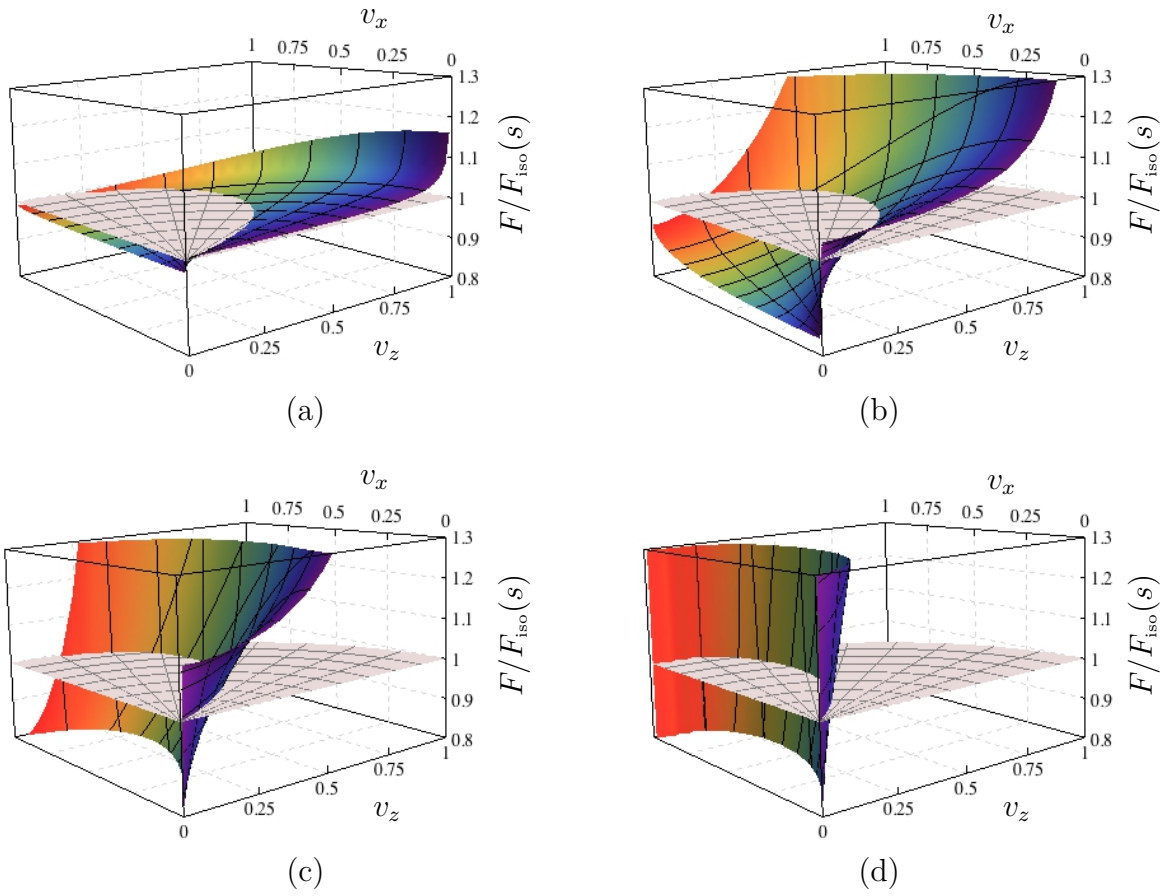


Figura 3.2: Força de arrasto como função da velocidade do quark  $(v_x, v_z) = v(\sin \varphi, \cos \varphi)$  para um quark movendo-se através de um plasma anisotrópico com  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 0.80$ (a),  $2.47$ (b),  $6.24$ (c),  $35.5$ (d).  $F$  está plotado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico (3.28) para um plasma com a mesma densidade de entropia.

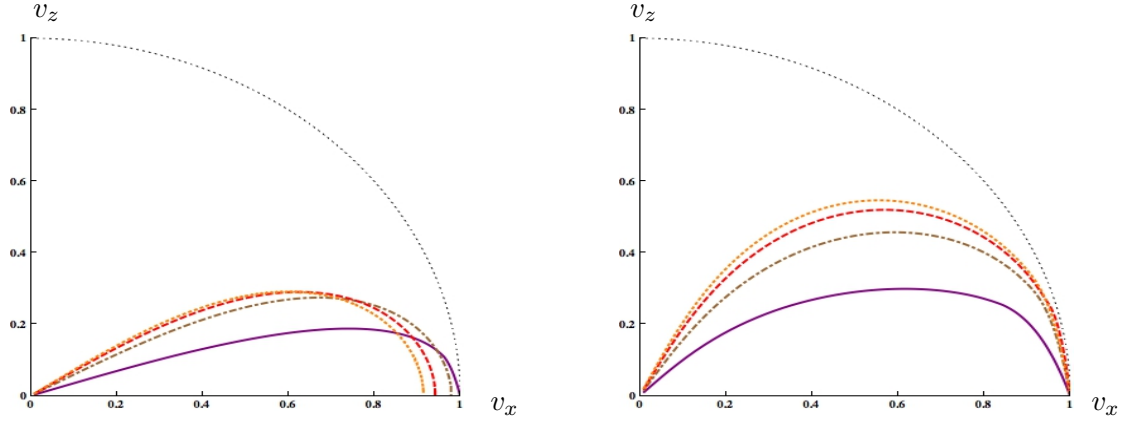


Figura 3.3: (Esquerda) Valores da velocidade para os quais o arrasto num plasma anisotrópico com (de cima para baixo)  $a/T = 1.38, 4.41, 12.2, 86$  iguala o arrasto em um plasma isotrópico com a mesma temperatura. (Direita) Valores da velocidade para os quais o arrasto num plasma anisotrópico com (de cima para baixo)  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 0.80, 2.47, 6.24, 35.5$  iguala o arrasto em um plasma isotrópico com a mesma densidade de entropia. Para um dado valor de  $a/T$  ou  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$ , o arrasto anisotrópico é maior (menor) que o arrasto isotrópico acima (abaixo) da correspondente curva.

mostradas em cada um dos correspondentes gráficos 3D nas Figs. 3.1 ou Figs. 3.2. Considerando que o valor de  $a/T$  varia por um fator de 62 entre a curva mais alta e a mais baixa na Fig. 3.3, nós vemos que a região em questão depende suavemente da magnitude da anisotropia.

Para movimentos ao longo da direção longitudinal,  $z$ , o arrasto anisotrópico é maior que o isotrópico para qualquer valor de  $v$ . Para qualquer direção do movimento  $\varphi \neq \pi/2$ , a razão  $F_{\text{aniso}}/F_{\text{iso}}$  diverge como  $1/\sqrt{1-v^2}$  no limite ultra-relativístico  $v \rightarrow 1$  não importando se a comparação é feita na mesma temperatura ou na mesma densidade de entropia, como provamos analiticamente no Apêndice A.<sup>2</sup> Em outras palavras, para movimentos não perfeitamente alinhados com a direção  $x$ , o arrasto anisotrópico se torna arbitrariamente maior que o isotrópico quando o limite ultra-

<sup>2</sup>Nós lembramos que primeiro mandamos a massa do quark para o infinito e depois  $v \rightarrow 1$ .

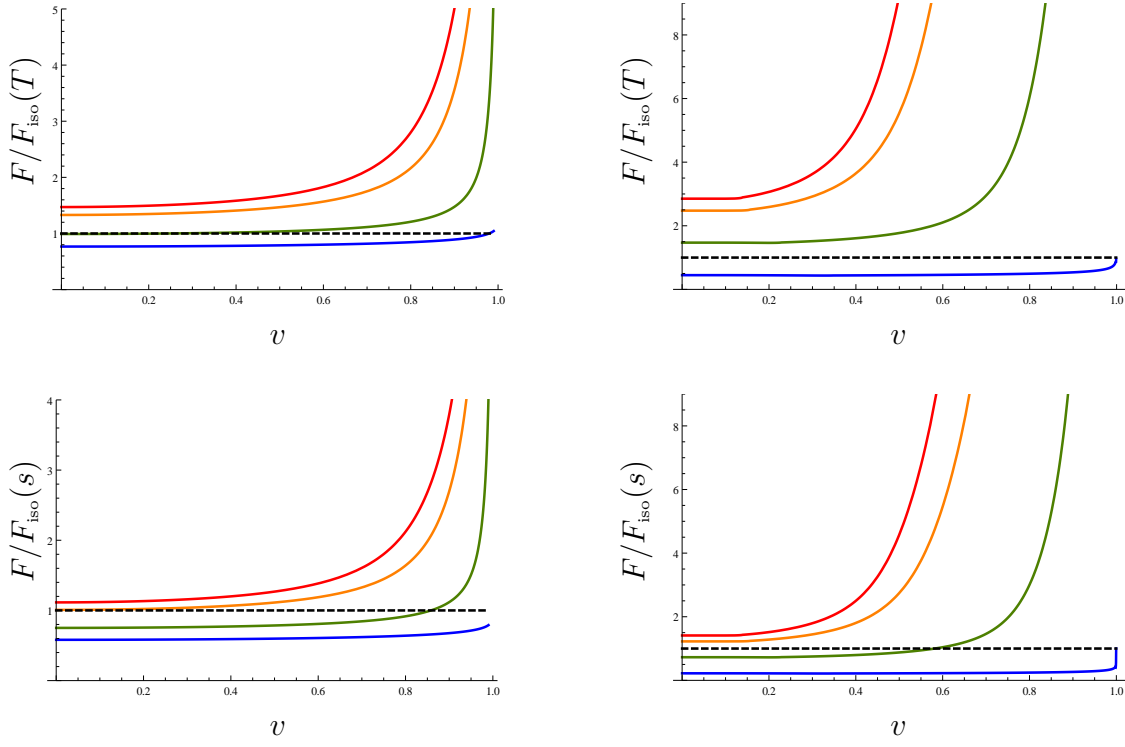


Figura 3.4: Força de arrasto como função da velocidade para um quark movendo-se através de um plasma anisotrópico com  $a/T = 12.2$ , ou, equivalentemente,  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 6.24$ , (coluna da esquerda) e  $a/T = 86$ , ou, equivalentemente,  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 35.5$ , (coluna da direita) ao longo de quatro diferentes direções situadas em ângulos (de cima para baixo)  $\varphi = 0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$  com relação à direção longitudinal  $z$ .  $F$  é plotada em unidade apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com a mesma temperatura (primeira linha) ou a mesma densidade de entropia (última linha). O resultado isotrópico é dado nas Eqs. (3.27) e (3.28).

relativístico é alcançado. Isso é ilustrado de forma mais clara na Fig. 3.4, que mostra fatias de  $\varphi$  constante dos gráficos (c) e (d) nas Figs. 3.1 e Figs. 3.2. Nós vamos voltar a este resultado na Sec. 3.2.

A razão  $F_{\text{aniso}}/F_{\text{iso}}$  é sempre finita para movimentos ao longo da direção transversal,  $x$ . (Incidentalmente, isso implica que os limites  $\varphi \rightarrow \pi/2$  e  $v \rightarrow 1$  não comutam.) Neste caso nós precisamos fazer uma distinção entre as comparações a mesma

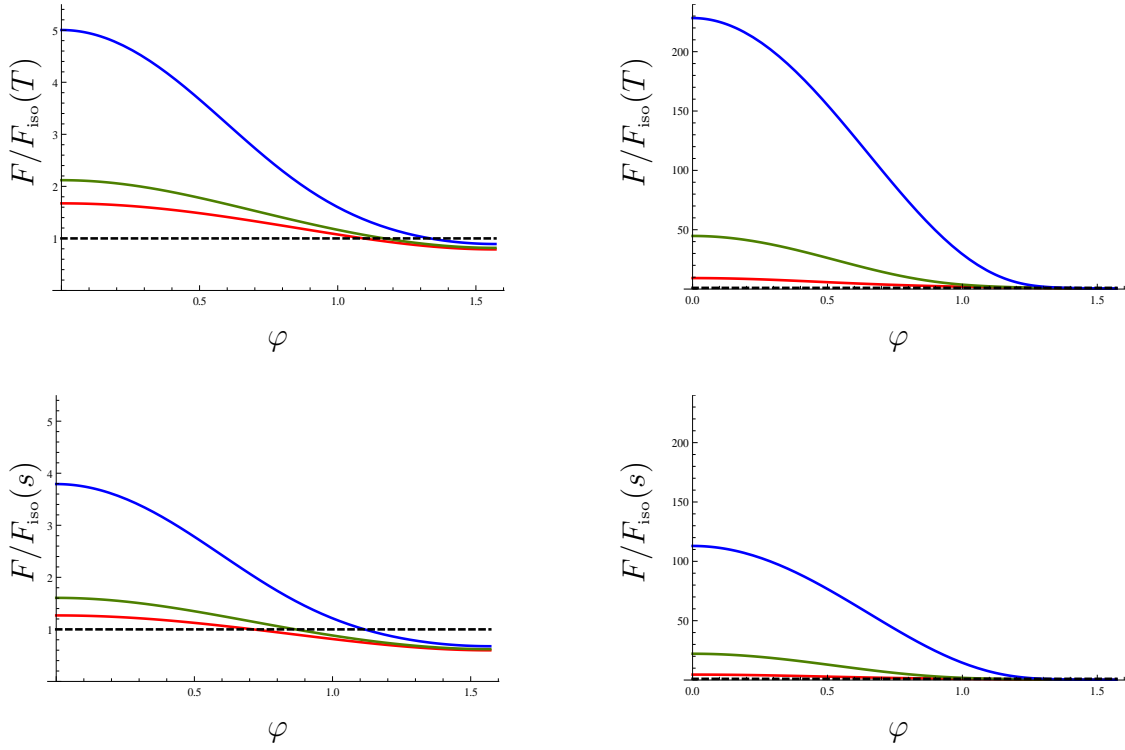


Figura 3.5: Força de arrasto como função da direção do movimento,  $\varphi$ , medida com relação à direção longitudinal,  $z$ , para um quark movendo-se através de um plasma anisotrópico com  $a/T = 12.2$ , ou, equivalentemente,  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 6.24$ , (coluna da esquerda) e  $a/T = 86$ , ou, equivalentemente,  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 35.5$ , (coluna da direita) a três diferentes velocidades (da curva mais alta até a mais baixa)  $v = 0.9, 0.7, 0.5$ .  $F$  é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com a mesma temperatura (primeira linha) ou a mesma densidade de entropia (última linha). O resultado isotrópico é dados nas Eqs. (3.27) e (3.28).

temperatura e a mesma densidade de entropia. No primeiro caso, nossos resultados numéricos indicam que o arrasto anisotrópico é menor que o isotrópico para  $0 \leq v < v_c$  e maior que o isotrópico para  $v_c < v \leq 1$ , e nós confirmamos isso analiticamente nos limites de baixa e alta anisotropia (veja os Apêndices). A velocidade  $v_c$  na qual a transição ocorre é  $v_c \simeq 0.9$  para pequenas anisotropias e se aproxima de 1 conforme a anisotropia cresce.

No segundo caso nossos resultados numéricos indicam que o arrasto anisotrópico é menor que o isotrópico para todo  $v \in [0, 1]$  desde que  $a/s^{1/3}$  seja suficientemente pequeno. No limite oposto,  $a/s^{1/3} \gg 1$ , o arrasto anisotrópico permanece menor que o isotrópico para pequenas velocidades e se torna maior a partir de certa velocidade crítica. Nós confirmamos isso analiticamente nos Apêndices. Para  $v$  fixo, o ângulo com relação à direção  $z$  a partir do qual o arrasto anisotrópico pode se tornar menor que o arrasto isotrópico é mostrado nas fatias de  $v$  constante da Fig. 3.5.

A dependência da força de arrasto com a anisotropia é melhor vista nas Figs. 3.6 e Figs. 3.7, onde a razão  $F/F_{\text{iso}}$  é graficada para vários valores de  $v$  e  $\varphi$ .

Para ilustrar as propriedades geométricas da solução da corda, nós plotamos na Fig. 3.8 a projeção do perfil da corda nas direções da teoria de gauge. Como antecipado, nós vemos que a corda se encurva na plano  $xz$  e (a não ser que  $\varphi = 0$  ou  $\pi/2$ ) somente se alinha com a velocidade no infravermelho, isto é, para  $u$  grande. O desalinhamento entre a velocidade  $\vec{v}$ , a força de arrasto  $\vec{F}$ , e a tangente ao perfil da corda em suas extremidades  $\vec{\tau}$  são mostrados na Fig. 3.9. Nós vemos que, genericamente, o desalinhamento fica maior para maiores anisotropias. Isso é quantificado de forma mais clara nas Figs. 3.10 e 3.11, onde os ângulos com relação à direção  $z$  do vetor tangente, da corda e da força são mostrados como função do ângulo de direção do movimento. Da Fig. 3.10 nós vemos que o vetor tangente à corda sistematicamente

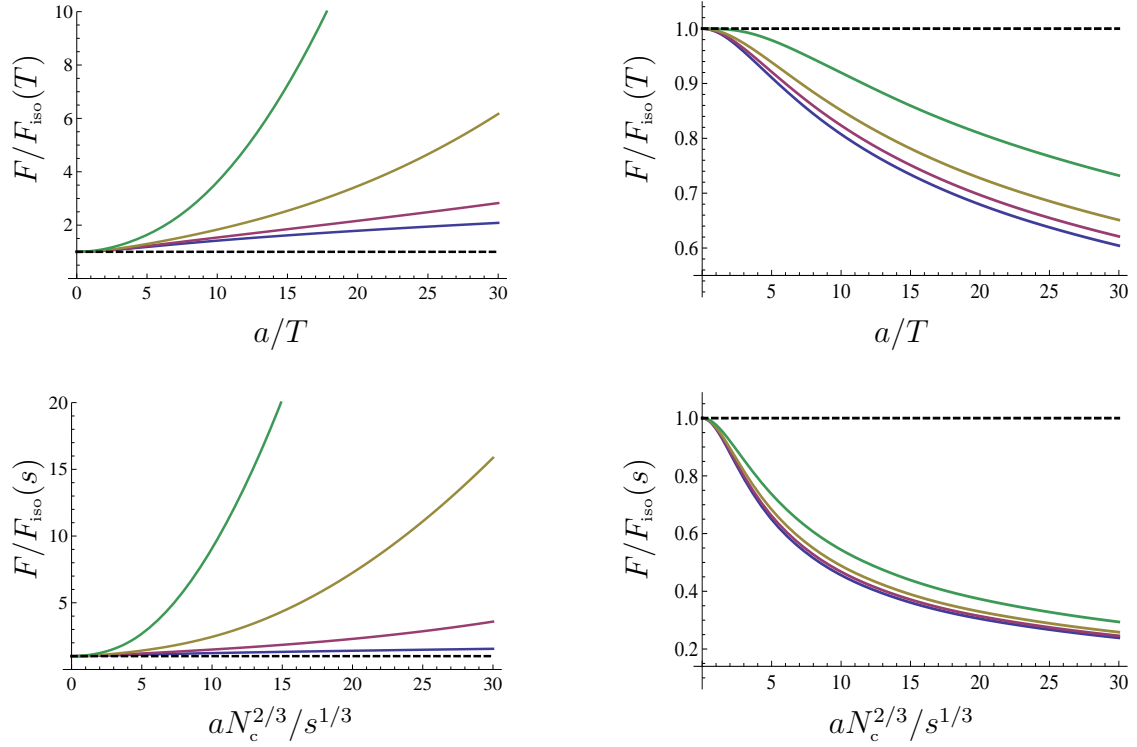


Figura 3.6: Força de arrasto como função da anisotropia para um quark movendo-se ao longo da direção longitudinal,  $z$ , isto é, com  $\varphi = 0$  (coluna da esquerda) ou ao longo da direção transversa,  $x$ , isto é, com  $\varphi = \pi/2$  (coluna da direita), para quatro velocidades diferentes (curvas de cima para baixo)  $v = 0.9, 0.7, 0.5, 0.25$ .  $F$  e  $a$  foram graficados em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma na mesma temperatura (primeira linha) ou com mesma densidade de entropia (última linha). O resultado isotrópico é dados pelas Eqs. (3.27) e (3.28).

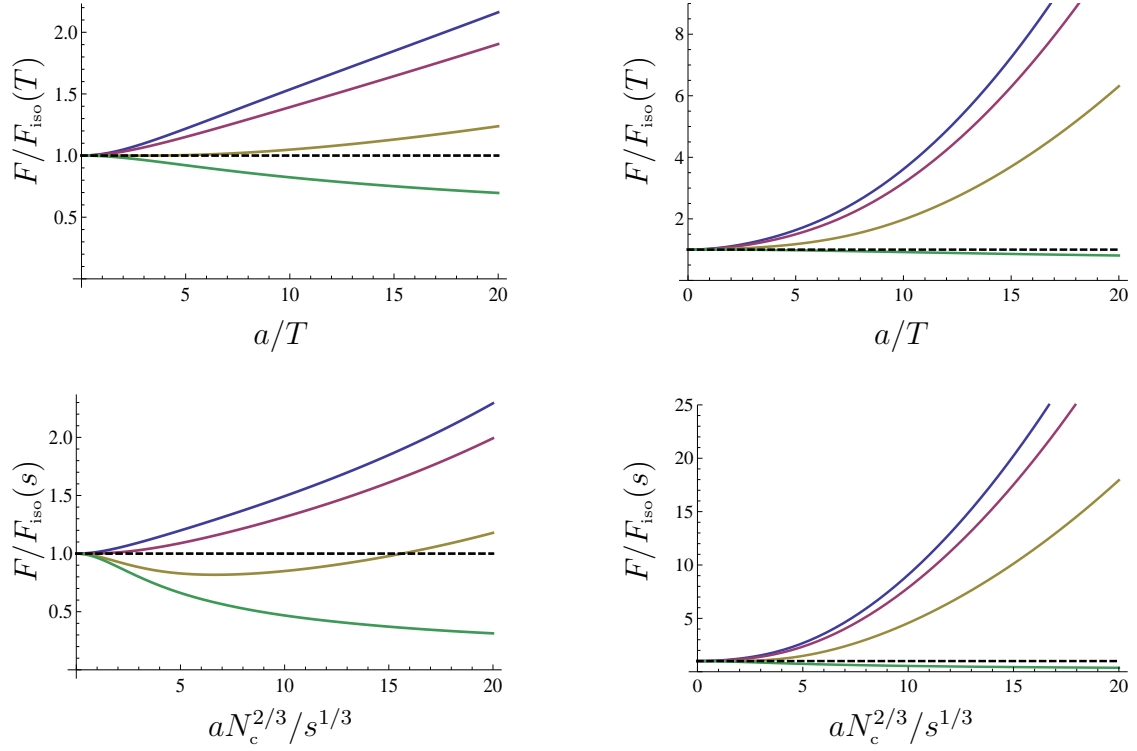


Figura 3.7: Força de arrasto como função da anisotropia para um quark movendo-se com  $v = 0.5$  (coluna da esquerda) ou com  $v = 0.9$  (coluna da direita) em quatro ângulos diferentes (curvas de cima para baixo)  $\varphi = 0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$  com relação à direção longitudinal,  $z$ .  $F$  e  $a$  foram plotados em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com a mesma temperatura (primeira linha) ou com mesma densidade de entropia (última linha). O resultado isotrópico é dados pelas Eqs. (3.27) and (3.28).

‘fica atrás’ da direção do movimento, pois esta última varia, ficando alinhada com a direção  $z$  e com a direção  $x$ . Apenas nesses dois limites o perfil da corda se alinha inteiramente com a velocidade. Além disso, quanto maior é a anisotropia, mais a corda ‘quer’ ficar alinhada com a direção  $z$ , mudando de direção rapidamente somente quando  $\varphi$  se aproxima de  $\pi/2$ . Da Fig. 3.11 nós vemos que o comportamento da força é similar, exceto que, para anisotropias suficientemente altas, sua direção não varia monotonicamente com a direção da velocidade.

Para ganhar intuição acerca desses fatos geométricos é útil pensar na corda em nosso fundo anisotrópico (2.8) como uma corda de pesca imersa num rio. Já que a corda fornece uma descrição semiclássica do quark e de seu campo de glúons no plasma dual, cada uma das afirmações abaixo pode ser facilmente traduzida para a linguagem da teoria de gauge. Na analogia do rio, a direção da correnteza faz o papel da direção anisotrópica, e fato de que a função de anisotropia  $\mathcal{H}(u)$  em (2.8) depende da coordenada radial pode ser modelado imaginando que a magnitude da corrente depende da profundidade no rio. Sob essas circunstância fica claro que a corda irá se curvar ao descer mais fundo, já que porções da corda em diferentes profundidades experimentam diferentes graus de anisotropia. Também é claro que cada pedaço da corda deposita momento linear no rio numa direção diferente, que depende da orientação do pedaço de corda no local. A direção de transferência de momento total é uma combinação de todas essas contribuições, e essa combinação iguala a força externa. Assim, fica claro que a força externa não vai apontar na mesma direção que o vetor tangente da corda em um ponto genérico, em particular, nas extremidades da corda. Por fim, o fato de que a corda eventualmente se alinhar com a velocidade no infravermelho pode ser entendido como consequência de a corda se acumular no topo do horizonte de (2.8). Na analogia do rio, talvez isso possa ser modelado imaginado-

se que a corrente é nula no fundo do rio, e que a corda se acumule nessa região. Para entender este argumento, note que uma fatia de  $u$  constante da métrica (2.8) é localmente isotrópica, já que o fator  $\mathcal{H}(u)$  pode ser localmente absorvido através de uma mudança de escala da coordenada  $z$ . Para um  $u$  genérico, isso é irrelevante, pois a isotropia local é experimentada apenas por um pedaço infinitesimal da corda. No entanto, existe um comprimento infinito de corda entre  $u_H$  e  $u_H + \epsilon$  para qualquer  $\epsilon > 0$ . Como esse pedaço infinito de corda experimenta uma métrica efetiva isotrópica, não é surpresa que ele se alinhe com a velocidade do quark, como acontece no caso completamente isotrópico [29, 30].

É importante enfatizar que a analogia heurística acima serve apenas para fornecer uma compreensão intuitiva das características geométricas descritas pelas Figs. 3.8-3.11, que surgem rigorosamente através da minimização da ação da corda em nosso fundo anisotrópico (2.8). Em particular, nós enfatizamos que, apesar de isso parecer contraintuitivo, não há razão para esperar que o vetor tangente à corda, a velocidade e a força sejam mutuamente alinhados na presença de um meio anisotrópico.

## 3.2 Discussão

Neste capítulo nós analisamos a força de arrasto exercida num quark infinitamente massivo movendo-se através de um plasma de super Yang-Mills anisotrópico com  $\mathcal{N} = 4$  descrito pela métrica (2.8). Neste caso a anisotropia é induzida por um termo teta dependente da posição na teoria de gauge, ou equivalentemente por um axion dependente da posição no lado da gravidade. Pode-se perguntar quanto as conclusões dependem da escolha específica para a fonte de anisotropia. Com relação a isso é útil notar que os cálculos no lado da gravidade envolvem apenas o acoplamento da corda

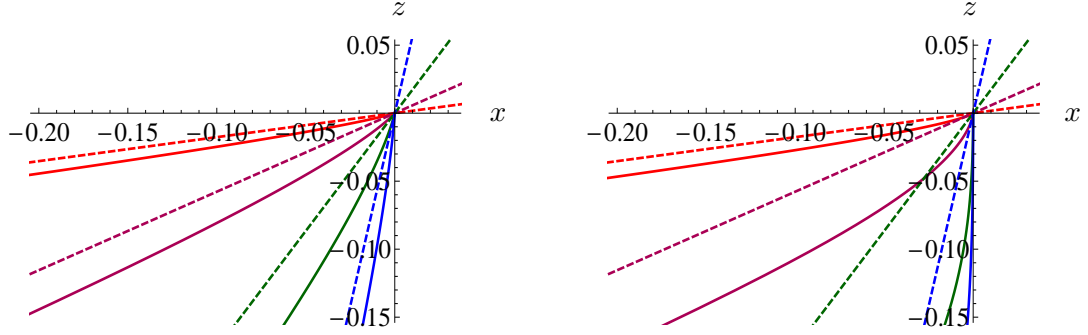


Figura 3.8: Projeção, em  $t = 0$ , do perfil da corda (3.7) (curva contínua) no plano  $xz$  para um quark movendo-se com velocidade  $v = 0.7$  em quatro direções diferentes (indicadas pelas linhas retas tracejadas) especificadas pelo ângulos (em sentido horário)  $\varphi = \pi/18, \pi/6, \pi/3, 8\pi/18$  com relação à direção  $z$ . O quark move-se através de um plasma com anisotropia  $a = 12.2T$  (à esquerda) e  $a = 86T$  (à direita). A origem  $(x, z) = (0, 0)$  corresponde a uma extremidade da corda, que fica na fronteira,  $u = 0$ . A coordenada  $u$  cresce ao longo das curva afastadas desse ponto. A corda se encurva no plano  $xz$  e (a não ser que  $\varphi = 0$  ou  $\pi/2$ ) somente se alinha com a velocidade no infravermelho, isto é, para  $u$  grande.

com a métrica de fundo. Isso significa que qualquer anisotropia que dá origem a uma métrica qualitativamente similar (e nenhum campo  $B$  de Neveu-Schwarz) irá fornecer resultados qualitativamente similares para a força de arrasto independente da forma do outros campos de supergravidade.

Um exemplo de uma conclusão bastante robusta é o limite ultra-relativístico da força de arrasto.<sup>3</sup> Nós vimos que a solução anisotrópica (2.8) fornece uma força de arrasto que se torna arbitrariamente maior que a força de arrasto isotrópica para todos os quarks ultra-relativísticos, exceto para aqueles cuja velocidade é perfeitamente alinhada com o plano transversal  $xy$ . Isso decorre do fato do comportamento da métrica na proximidade da fronteira ser da forma

$$g_{\mu\nu} = \frac{L^2}{u^2} (\eta_{\mu\nu} + u^2 g_{\mu\nu}^{(2)} + u^4 g_{\mu\nu}^{(4)} + \dots) . \quad (3.29)$$

<sup>3</sup>Nós lembramos que primeiro mandamos a massa dos quarks para o infinito e depois  $v \rightarrow 1$ .

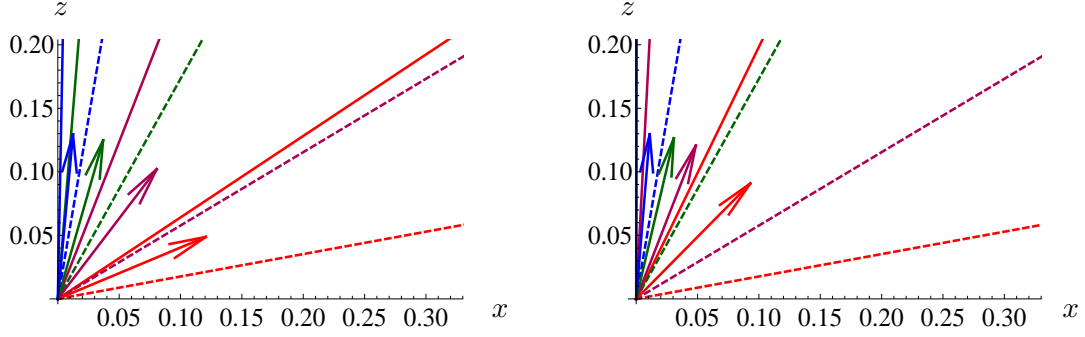


Figura 3.9: Desalinhamento genérico entre a direção da velocidade do quark (linhas retas tracejadas), a direção da força (setas) e a direção da tangente ao perfil da corda em suas extremidades (linhas retas contínuas). A velocidade do quark é  $v = 0.7$ , suas direções são definidas pelos ângulos de (em sentido horário)  $\varphi = \pi/18, \pi/6, \pi/3, 8\pi/18$  com relação à direção  $z$ , e a anisotropia é  $a = 12.2T$  (à esquerda) e  $a = 86T$  (à direita).

Conforme  $v$  se aproxima mais e mais de 1, a folha-mundo da corda desenvolve um horizonte cada vez mais próximo da fronteira AdS em  $u = 0$ . Como consequência, a física neste limite é unicamente controlada pelo comportamento da métrica na proximidade da fronteira. A Eq. (3.18) pode então ser resolvida usando a forma assintótica (3.29) das funções da métrica. Geralmente a solução em primeira ordem é determinada por termos de  $\mathcal{O}(u^2)$  e fornece  $u_c^2 \propto 1 - v^2$ . Substituindo em (3.22) obtem-se  $F \propto 1/(1 - v^2)$ , ou, equivalentemente,  $F = \mu p$ , com um coeficiente de arrasto dependente do momento,  $\mu \propto p$ . Por exemplo, nós mostramos no Apêndice A que a métrica (2.8) fornece um coeficiente de arrasto

$$\mu(p) \simeq \frac{\sqrt{\lambda} a^2 \cos^2 \varphi}{8\pi M^2} p \quad (3.30)$$

para  $p$  grande, onde  $M$  é a massa do quark. Em contraste, o caso isotropico de [29, 30] os termos de  $\mathcal{O}(u^2)$  na métrica não estão presentes. Isso significa que a solução da Eq. (3.18) é  $u_c^4 \propto 1 - v^2$  e assim, nesse caso, a força de arrasto no limite ultra-

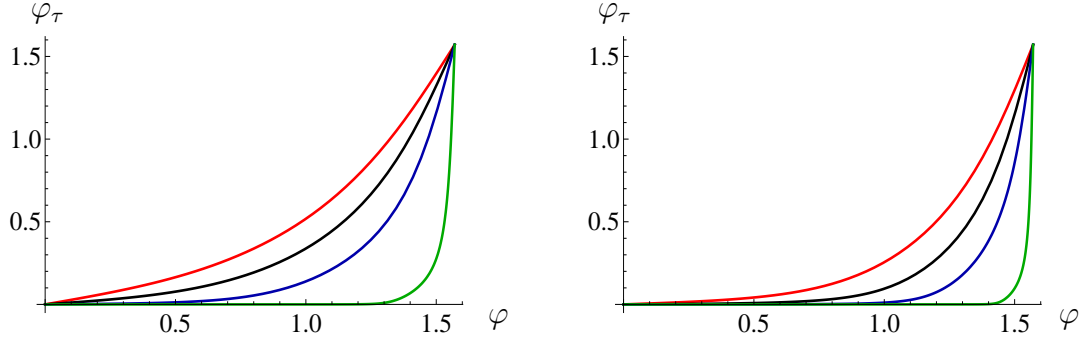


Figura 3.10: Tendência da corda de se alinhar com a direção longitudinal,  $z$ , para quatro diferentes anisotropias (de cima para baixo)  $a/T = 12.2, 20.3, 42.6, 744$ . O ângulo  $\varphi_\tau$  é o ângulo entre o eixo  $z$  e o vetor tangente à corda em sua extremidade, definido como em (3.23). O ângulo  $\varphi$  é o ângulo entre o eixo  $z$  e a velocidade. A magnitude da velocidade é  $v = 0.7$  (esquerda) e  $v = 0.9$  (direita).

relativístico tem uma divergência mais suave  $F_{\text{iso}} \propto 1/\sqrt{1-v^2}$ . Quando escrita em termos do momento linear, esta expressão fornece  $F = \mu p$ , com  $\mu$  sendo, neste caso, uma constante independente do momento linear. Para certas escolhas de parâmetros (por exemplo, para  $\varphi = \pi/2$ , no nosso caso) os termos de  $\mathcal{O}(u^2)$  na Eq. (3.18) podem se anular, caso no qual  $F \propto 1/\sqrt{1-v^2}$ .

A discussão acima torna claro que o comportamento linear do coeficiente de arrasto no limite ultra-relativístico,  $\mu \propto p$ , depende unicamente de duas características da solução: a presença do termo  $g_{\mu\nu}^{(2)}$  na expansão da métrica em torno da fronteira, e o fato de a métrica (3.29) não ser invariante por *boosts* até ordem  $u^2$  (isto é,  $g_{\mu\nu}^{(2)}$  não ser proporcional a  $\eta_{\mu\nu}$ ). A última condição é necessária, caso contrário não haveria solução para  $u_c$  em ordem de  $u^2$ . Note que, dar temperatura para uma métrica invariante por *boosts* apenas afetará  $g_{\mu\nu}^{(4)}$ , e assim, isso não é suficiente para fazer  $g_{\mu\nu}^{(2)}$  não ser invariante por *boosts*. Esta conclusão é consistente com o fato que  $g_{\mu\nu}^{(2)}$  é função apenas de fontes externas com as quais a teoria é acoplada.

Fundo interessantes com  $g_{\mu\nu}^{(2)}$  não nula incluem construções de teoria de cordas, isto

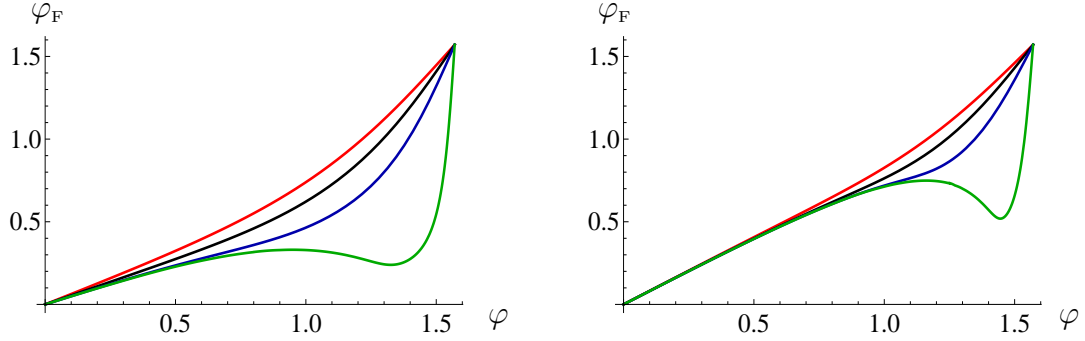


Figura 3.11: Correlação entre a direção da força,  $\varphi_F$ , e a direção da velocidade,  $\varphi$  (os dois ângulos medidos com relação à direção longitudinal  $z$ ), para quatro diferentes anisotropias (de cima para baixo)  $a/T = 12.2, 20.3, 42.6, 744$ . A magnitude da velocidade é  $v = 0.7$  (esquerda) e  $v = 0.9$  (direita).

é, soluções de supergravidade suaves com teoria de gauge dual bem conhecida, assim como fundos ‘ad hoc’, isto é, fundos que não resolvem as equações de supergravidade mas são motivadas fenomenologicamente. Um exemplo na primeira categoria é o *supergravity flow* [58, 59, 60] dual á deformação  $\mathcal{N} = 2^*$  da teoria de super Yang-Mills com  $\mathcal{N} = 4$  por massas de férmions (e escalares). Um exemplo na segunda categoria é o fundo de dilaton linear das Refs. [61, 62, 63]. Ambos os conjuntos de exemplos têm em comum que, a temperatura zero, a invariância conforme é quebrada, mas a simetria de Lorentz total da teoria na fronteira é preservada. A quebra da simetria conforme resulta num coeficiente de arrasto  $\mu(p)$  dependente do momento, como mostrado em [64] para a teoria  $\mathcal{N} = 2^*$ , e em [63, 65] para o fundo de dilaton linear. No entanto, em ambos conjuntos de exemplos,  $g_{\mu\nu}^{(2)}$  é invariante por *boosts*, já que esse termo (diferentemente de  $g_{\mu\nu}^{(4)}$ ) não é afetado pela quebra adicional de simetria conforme que ocorre a temperatura não zero. Como consequência, no limite ultra-relativístico, o coeficiente de arrasto se torna independente do momento a se aproxima de um valor constante. Assim, como medido por esse particular observável, pode-se considerar a quebra da simetria conforme no plasma anisotrópico de [32, 33] como mais severa que

nos fundos citados acima.

# Capítulo 4

## Atenuação de jatos

Neste capítulo nós vamos calcular o parâmetro de atenuação de jato  $\hat{q}$  para um quark ultra-relativístico seguindo a prescrição das Refs. [27, 28, 66].<sup>1</sup> Esses trabalhos nos instruem a considerar o folha-mundo de uma corda cujas extremidades movem-se com a velocidade da luz ao longo de uma dada direção na fronteira e estão separadas por uma pequena distância  $\ell$  ao longo de uma direção ortogonal. A primeira direção é a direção do movimento do quark, e a segunda é a direção na qual ocorre o alargamento de momento (*momentum broadening*). Na presença de anisotropia o parâmetro de atenuação de jato depende de como essas direções estão orientadas com relação as direções longitudinal e transversa no plasma. Note que há simetria rotacional das direções  $xy$ , mas não há na direção  $z$ . No contexto de uma colisão de íons pesados  $z$  corresponderia à direção longitudinal do feixe, e  $x$  e  $y$  corresponderiam à direções no plano transverso. Dada a simetria rotacional nesse plano, nós vamos assumir, sem perda de generalidade, que a direção do movimento está contida no plano  $xz$ , e nós a denotaremos por  $Z$  (veja a Fig. 4.1). Seja  $\theta$  o ângulo entre essa direção o eixo  $z$ . As

---

<sup>1</sup>Cálculos anteriores do parâmetro de atenuação de jatos na presença de anisotropias e no contexto da correspondência gauge/gravidade incluem [67, 68].

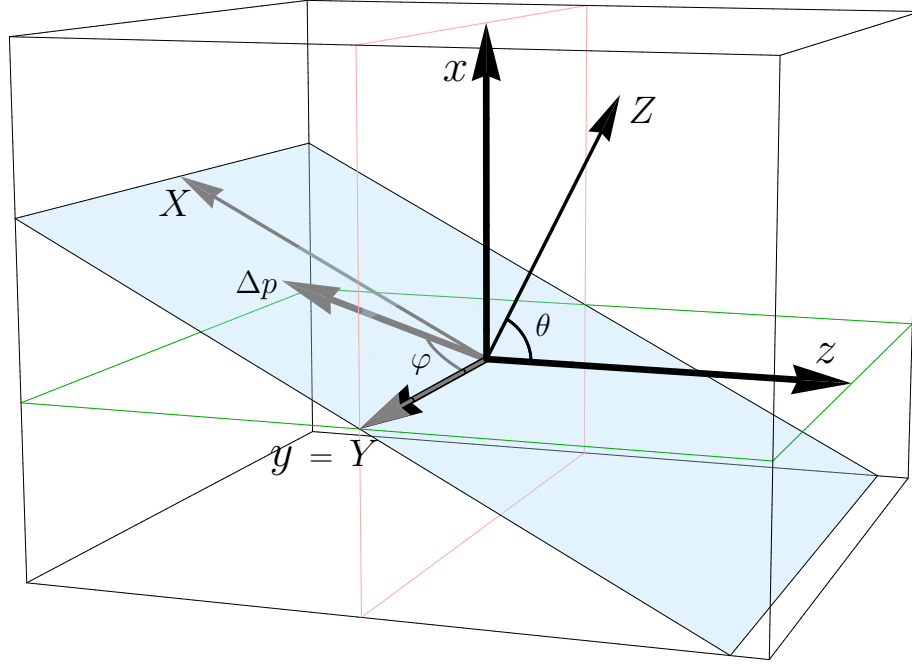


Figura 4.1: Orientação relativa entre a direção de anisotropia  $z$ , a direção do movimento do quark  $Z$ , e a direção na qual o alargamento de momento  $\Delta p$  é medido. No contexto de uma colisão de íons pesados  $z$  corresponderia à direção longitudinal do feixe, e  $x$  e  $y$  corresponderiam às direções no plano transversal. A direção do movimento fica no plano  $xz$  num ângulo  $\theta$  com relação ao eixo  $z$ . O alargamento de momento acontece em qualquer direção no plano  $XY$  ortogonal à direção  $Z$ .  $X$  fica no plano  $xz$ , enquanto que  $y = Y$  é ortogonal a ele. O ângulo no plano  $XY$  entre o eixo  $Y$  e a direção do alargamento de momento é  $\varphi$ .

duas direções independentes e ortogonais a  $Z$  podem então ser escolhidas de forma que uma delas, que denotaremos por  $X$ , fique no plano  $xz$ , e a outra,  $Y$ , coincida com o eixo  $y$ . Denotaremos como  $\varphi$  o ângulo polar no plano  $XY$  com relação ao eixo  $Y$ . O sistema de coordenadas  $XYZ$  é obtido do sistema de coordenadas  $xyz$  por uma rotação de um ângulo  $\theta$  ao redor do eixo  $y = Y$ , como descrito pela Eq. (4.31) abaixo. Nós vamos determinar o parâmetro de atenuação de jato associado ao alargamento

de momento numa direção arbitrária no plano  $XY$ , e vamos nos referir a ele como  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  para enfatizar sua dependência nos dois ângulos definidos acima.

Lembremos que  $\hat{q}$  é o momento médio quadrático adquirido pelo quark depois de atravessar uma distância unitária através do meio [69]. Se chamarmos de  $p_\varphi$  a componente do momento na direção que fica no plano  $XY$  especificada por  $\varphi$ , então, claramente

$$p_\varphi = p_Y \cos \varphi + p_X \sin \varphi. \quad (4.1)$$

Quadrando e tomando o valor médio nós obtemos

$$\langle \Delta p_\varphi^2 \rangle = \cos^2 \varphi \langle \Delta p_Y^2 \rangle + \sin^2 \varphi \langle \Delta p_X^2 \rangle, \quad (4.2)$$

onde nós usamos que  $\langle \Delta p_Y \Delta p_X \rangle = 0$  dada a simetria sob  $Y \rightarrow -Y$ . Escrita em termos dos correspondentes parâmetros de atenuação de jatos, essa relação fica

$$\hat{q}_{\theta,\varphi} = \hat{q}_{\theta,0} \cos^2 \varphi + \hat{q}_{\theta,\pi/2} \sin^2 \varphi. \quad (4.3)$$

Nós veremos que os cálculos gravitacionais reproduzem essa relação.

Ao invés de começar com o caso mais geral, por razões pedagógicas, nós vamos estudar primeiro dois casos particulares, que correspondem a movimentos na direção longitudinal e movimentos contidos no plano transversal. O caso geral será discutido na Sec. 4.3.

## 4.1 Movimento ao longo da direção longitudinal

Esse caso corresponde a  $\theta = 0$  e é o mais simples porque o alargamento de momento acontece no plano transversal  $xy$ , que possui simetria rotacional. Em particular, isso significa que o resultado é independente de  $\varphi$ , já que  $\hat{q}_{0,0} = \hat{q}_{0,\pi/2}$ . No contexto de colisões entre íons pesados, esse caso corresponde ao movimento do parton ao longo da direção do feixe.

É conveniente fazer as contas usando as coordenadas do cone de luz

$$z^\pm = \frac{t \pm z}{\sqrt{2}}. \quad (4.4)$$

Ignorando a parte da esfera, que não desempenhará nenhum papel no que segue, a métrica (2.8) fica

$$ds^2 = \frac{L^2}{u^2} \left[ \frac{1}{2}(\mathcal{H} - \mathcal{FB})(dz^+)^2 + \frac{1}{2}(\mathcal{H} - \mathcal{FB})(dz^-)^2 - (\mathcal{H} + \mathcal{FB})dz^+dz^- + dx^2 + dy^2 + \frac{du^2}{\mathcal{F}} \right]. \quad (4.5)$$

Nós consideramos um quark movendo-se ao longo de  $z^-$ . Dada a simetria no plano  $xy$  nós colocamos  $y = 0$  sem perda de generalidade. Nós então fixamos o gauge estático identificando  $(z^-, x) = (\tau, \sigma)$  e especificamos a imersão da corda por meio de uma função  $u = u(x)$  sujeita à condição de contorno  $u(\pm\ell/2) = 0$ . Sob essas circunstâncias, a ação de Nambu-Goto

$$S = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{-\det g_{\text{ind}}} \quad (4.6)$$

assume a forma

$$S = 2i \frac{L^2}{2\pi\alpha'} \int dz^- \int_0^{\ell/2} dx \frac{1}{u^2} \sqrt{\frac{1}{2} (\mathcal{H} - \mathcal{FB}) \left(1 + \frac{u'^2}{\mathcal{F}}\right)}, \quad (4.7)$$

onde o fator 2 vem do fato de que a integral sobre  $x$  cobre apenas uma metade da corda, e  $u' = du/dx$ . Note que a ação é imaginária porque a folha-mundo da corda é do tipo espaço, como esperado para que o parâmetro de atenuação de jato seja real [28] (para uma extensa discussão, veja também [21]). O fato de a Lagrangiana não depender explicitamente de  $x$  dá origem a uma quantidade conservada,  $\Pi_x$ , e a uma equação de primeira ordem

$$u'^2 = \frac{\mathcal{F}}{2\Pi_x^2 u^4} [(\mathcal{H} - \mathcal{FB}) - 2\Pi_x^2 u^4]. \quad (4.8)$$

O ponto de retorno para a corda é definido por  $u' = 0$ . A prescrição para calcular o parâmetro de atenuação de jato nos diz para trabalhar no limite  $\ell \rightarrow 0$ . Como veremos abaixo, isso corresponde ao limite  $\Pi_x \rightarrow 0$ . Neste caso é claro que o termo dentro dos colchetes é positivo. Isso segue do fato que  $\mathcal{H} - \mathcal{FB}$  é monotonicamente crescente (decrecente) da fronteira até o horizonte, e que perto da fronteira  $\mathcal{H} - \mathcal{FB}$  é proporcional à  $a^2 u^2/4$ .

Vemos então que, no limite de interesse, a corda desce até o interior do volume e começa a retornar precisamente quando chega no horizonte do buraco negro, tal como no caso isotrópico [27, 28]. Como explicado em [66], a folha-mundo da corda precisa ter esta propriedade para ser dual a um loop de Wilson da teoria de gauge com operador de ordenação necessário para extrair o parâmetro de atenuação de jato. A razão é que essa ordenação pode ser implementada pensando no tempo como uma

coordenada complexa e exigindo que as linhas de mundo do quark e do anti-quark estejam nas fatias  $\text{Im } t = 0$  e  $\text{Im } t = -i\epsilon$ , respectivamente. Na geometria de buraco negro (2.8)  $\text{Im } t$  é periódica com período  $1/T$  e essas duas fatias só se encontram no horizonte, não importando se  $a = 0$  ou  $a \neq 0$ . Portanto, a corda precisa descer da fronteira até o horizonte na fatia  $\text{Im } t = 0$ , dar meia volta, e retornar a fronteira na fatia  $\text{Im } t = -i\epsilon$ . No entanto, como a métrica nessas duas fatias é idêntica, a resultante ação da corda é a mesma de uma folha mundo de uma corda tocando o horizonte que reside inteiramente em uma única fatia, e que é dual a um loop de Wilson com um operador de ordenação diferente. Essa é a razão pela qual a sutileza identificada na Ref. [66] não muda o resultado isotrópico das Refs. [27, 28], que consideram uma única fatia. Exatamente a mesma equivalência se aplica em nosso caso anisotrópico, já que todas as folhas mundo de cordas que vamos considerar retornam (dão meia volta) precisamente no horizonte. Por essa razão, no que segue, nós vamos usar a prescrição de [27, 28].

Integrando a equação (4.8), obtemos metade da separação entre as duas extremidades da corda ao longo do lado espacial do loop de Wilson:

$$\frac{\ell}{2} = \sqrt{2} \Pi_x \int_0^{u_H} du \frac{u^2}{\sqrt{\mathcal{F}} \sqrt{(\mathcal{H} - \mathcal{FB}) - 2\Pi_x^2 u^4}}. \quad (4.9)$$

Note que, como antecipado acima,  $\ell \rightarrow 0$  com  $\Pi_x \rightarrow 0$ , e neste limite, temos

$$\ell = 2\sqrt{2} \Pi_x \mathcal{I}_x + \mathcal{O}(\Pi_x^2) \quad (4.10)$$

com

$$\mathcal{I}_x \equiv \int_0^{u_H} du \frac{u^2}{\sqrt{\mathcal{F}} \sqrt{\mathcal{H} - \mathcal{FB}}} \quad (4.11)$$

sendo uma integral convergente.

Para calcular o parâmetro de atenuação de jato nós precisamos avaliar a ação (4.7) na camada de massa com relação à solução (4.8). Depois de mudar a variável de integração de  $x$  para  $u$  o resultado é

$$S = i \frac{\sqrt{\lambda} L^-}{\sqrt{2} \pi} \int_0^{u_H} du \frac{(\mathcal{H} - \mathcal{FB})}{u^2 \sqrt{\mathcal{F}} \sqrt{(\mathcal{H} - \mathcal{FB}) - 2\Pi_x^2 u^4}}, \quad (4.12)$$

onde  $L^-$  é o lado longo do loop de Wilson. Essa ação diverge devido à integração perto de  $u = 0$ . Isso pode ser visto expandindo-a em potências de  $\Pi_x$ ,

$$S = i \frac{\sqrt{\lambda} L^-}{\sqrt{2} \pi} \int_0^{u_H} du \frac{\sqrt{\mathcal{H} - \mathcal{FB}}}{u^2 \sqrt{\mathcal{F}}} + i \frac{\sqrt{\lambda} L^- \ell^2}{8\sqrt{2} \pi \mathcal{I}_x} + \mathcal{O}(\ell^4), \quad (4.13)$$

onde usamos a relação (4.10). Todos os termos de ordem  $\ell^2$  e superior são finitos, enquanto que o primeiro termo independente de  $\ell$  diverge como  $\log u$ . Esse termo pode ser renormalizado usando vários métodos, incluindo subtração de duas cordas desconectadas da ação [27, 28] ou adição à ação de um contra-termo proporcional a  $\log u \int d\tau \sqrt{\gamma}$ , onde  $\gamma$  é a métrica induzida na linha de mundo de uma fatia de  $\sigma$  constante da folha de mundo da corda. O logaritmo nesse contra-termo ilustra o fato de a ação da corda renormalizada ser sensível à anomalia conforme da teoria de gauge [32, 33]. No entanto, o parâmetro de atenuação de jato é dado pelo termo finito, proporcional à  $\ell^2$ , cuja determinação não requer nenhuma renormalização. Resulta que  $\hat{q}$  é insensível à presença da anomalia. Usando a prescrição de [27, 28],

$$e^{i2S} = \langle W^A(C) \rangle = \exp \left[ -\frac{L^- \ell^2}{4\sqrt{2}} \hat{q} \right], \quad (4.14)$$

onde  $S$  denota a parte finita da ação, nós finalmente chegamos em

$$\hat{q}_z \equiv \hat{q}_{0,\varphi} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi \mathcal{I}_x}, \quad (4.15)$$

onde o subscrito em  $\hat{q}_z$  nos lembra a direção do movimento do quark. A Eq. (4.15) se reduz ao resultado correto no limite isotrópico. Neste caso, usando (2.10), nós vemos que

$$\mathcal{I}_x = u_H^2 \int_0^{u_H} du \frac{1}{\sqrt{1 - u^4/u_H^4}} = \frac{1}{\pi^3 T^3} \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(\frac{5}{4})}{\Gamma(\frac{3}{4})}. \quad (4.16)$$

Substituindo em (4.15), reproduzimos o resultado isotrópico [27, 28]

$$\hat{q}_{\text{iso}}(T) = \frac{\pi^{3/2} \Gamma(\frac{3}{4})}{\Gamma(\frac{5}{4})} \sqrt{\lambda} T^3. \quad (4.17)$$

Para propósitos futuros, é útil reescrever essa equação em termos da densidade de entropia (2.11) como

$$\hat{q}_{\text{iso}}(s) = \frac{2\Gamma(\frac{3}{4})}{\sqrt{\pi} \Gamma(\frac{5}{4})} \sqrt{\lambda} \frac{s}{N_c^2}. \quad (4.18)$$

Como, para um  $a$  genérico, as funções da métrica em (2.8) somente são conhecidas numericamente, nós determinamos  $\hat{q}_z$  numericamente como função da magnitude da anisotropia medida em unidades de temperatura ou em unidades de densidade de entropia (veja a Fig. 4.2). A razão para trabalharmos com essas duas unidades é que desejamos comparar a atenuação de jatos num plasma anisotrópico com a atenuação em um plasma isotrópico, e isso pode ser feito de pelo menos de dois jeitos diferentes: os dois plasmas podem ser tomados com tendo a mesma temperatura, mas diferentes densidades de entropia, ou a mesma densidade de entropia, mas diferentes temperaturas.

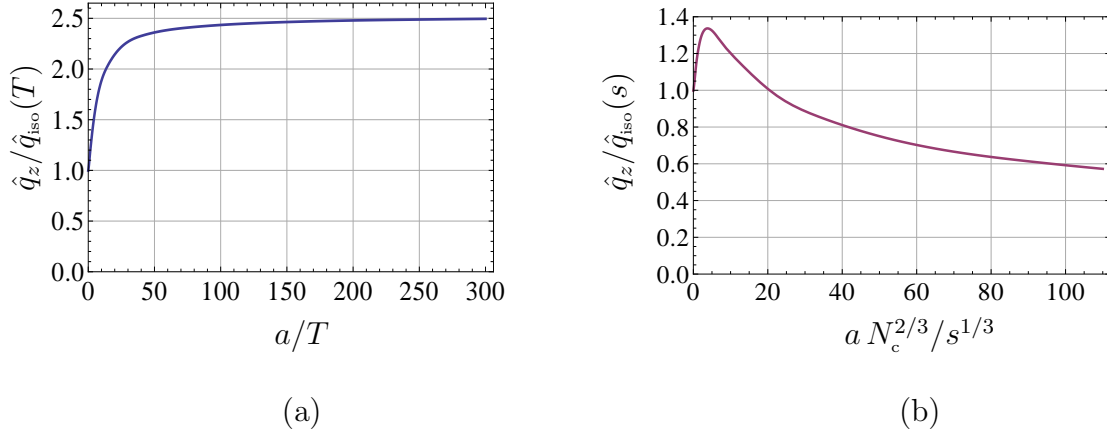


Figura 4.2: Parâmetro de atenuação de jato para um quark movendo-se ao longo da direção longitudinal,  $z$ , como função da anisotropia.  $\hat{q}_z = \hat{q}_{0,\varphi}$  e  $a$  são graficados em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com mesma temperatura (a), ou com mesma densidade de entropia (b). O resultado isotrópico é dado pelas Eqs. (4.17) e (4.18).

## 4.2 Movimento no plano transversal

Dada a simetria rotacional no plano  $xy$ , nós vamos escolher a direção do movimento como sendo a direção  $x$ . Assim, esse caso corresponde a  $\theta = \pi/2$  na parametrização da Fig. 4.1. Como, neste caso, não há simetria entre as direções  $y$  e  $z$ , o resultado vai depender de  $\varphi$ .

Como no exemplo anterior, é conveniente trabalhar com coordenadas adaptadas

$$x^\pm = \frac{t \pm x}{\sqrt{2}}, \quad (4.19)$$

em termos das quais a métrica assume a forma

$$ds^2 = \frac{L^2}{u^2} \left[ \frac{1}{2}(1 - \mathcal{FB})(dx^+)^2 + \frac{1}{2}(1 - \mathcal{FB})(dx^-)^2 - (1 + \mathcal{FB})dx^+dx^- + dy^2 + \mathcal{H}dz^2 + \frac{du^2}{\mathcal{F}} \right]. \quad (4.20)$$

Neste caso, escolhemos o gauge estático  $(\tau, \sigma) = (x^-, u)$ , colocamos  $x^+ = \text{const.}$ , e especificamos a projeção da corda no plano  $yz$  como

$$y \rightarrow \cos \varphi y(u), \quad z \rightarrow \sin \varphi z(u). \quad (4.21)$$

Sob essas circunstâncias, a ação de Nambu-Goto (4.6) fica

$$S = 2i \frac{L^2}{2\pi\alpha'} \int dx^- \int_0^{u_H} du \frac{1}{u^2} \sqrt{\frac{1}{2} (1 - \mathcal{FB}) \left( \frac{1}{\mathcal{F}} + y'^2 \cos^2 \varphi + \mathcal{H} z'^2 \sin^2 \varphi \right)}, \quad (4.22)$$

onde as linhas denotam diferenciação com relação à  $u$  e o fator global de 2 vem dos dois ramos da corda. Nós agora seguimos o procedimento da seção anterior para obter o parâmetro de atenuação de jato. Como a Lagrangiana não depende explicitamente de  $y$  e  $z$ , encontramos que

$$y' = \frac{\sqrt{2\mathcal{H}} u^2 \Pi_y}{\sqrt{\mathcal{F}} \sqrt{\mathcal{H} (1 - \mathcal{FB}) - 2u^4 (\mathcal{H} \Pi_y^2 \cos^2 \varphi + \Pi_z^2 \sin^2 \varphi)}} \quad (4.23)$$

e

$$z' = \frac{\sqrt{2} u^2 \Pi_z}{\sqrt{\mathcal{H}\mathcal{F}} \sqrt{\mathcal{H} (1 - \mathcal{FB}) - 2u^4 (\mathcal{H} \Pi_y^2 \cos^2 \varphi + \Pi_z^2 \sin^2 \varphi)}}, \quad (4.24)$$

onde  $\Pi_y$  e  $\Pi_z$  são quantidades conservadas (nas quais alguns fatores de  $\cos \varphi$  e  $\sin \varphi$  foram absorvidos). Um argumento análogo a este na Sec. 4.1 mostra que os denominadores nessas expressões só se anulam no horizonte no limite de  $\Pi$  pequeno. Integrando essas equações nós obtemos a separação entre as duas extremidades da corda. Assim como na seção anterior, nós vamos estar interessados no limite  $\Pi_y, \Pi_z \rightarrow 0$ , de forma

que vamos trabalhar até primeira ordem nessas quantidades:

$$\ell = 2\sqrt{2}\Pi_y \mathcal{I}_{xy} + \mathcal{O}(\Pi^2), \quad \ell = 2\sqrt{2}\Pi_z \mathcal{I}_{xz} + \mathcal{O}(\Pi^2), \quad (4.25)$$

com

$$\mathcal{I}_{xy} \equiv \int_0^{u_H} du \frac{u^2}{\sqrt{\mathcal{F}(1-\mathcal{FB})}}, \quad \mathcal{I}_{xz} \equiv \int_0^{u_H} du \frac{u^2}{\mathcal{H}\sqrt{\mathcal{F}(1-\mathcal{FB})}}, \quad (4.26)$$

sendo integrais convergentes. Substituindo a solução (4.23)-(4.24) na ação (4.22), expandindo em potências de  $\Pi$  e mantendo apenas o termos de ordem  $\Pi^2$ , obtemos

$$S = \frac{i\sqrt{\lambda}L^-}{\sqrt{2}\pi} \int_0^{u_H} du \left( \frac{u^2 \Pi_y^2 \cos^2 \varphi}{\sqrt{\mathcal{F}(1-\mathcal{FB})}} + \frac{u^2 \Pi_z^2 \sin^2 \varphi}{\mathcal{H}\sqrt{\mathcal{F}(1-\mathcal{FB})}} \right). \quad (4.27)$$

Usando (4.25) e (4.26) a ação fica

$$S = \frac{i\sqrt{\lambda}L^- \ell^2}{8\sqrt{2}\pi} \left( \frac{\cos^2 \varphi}{\mathcal{I}_{xy}} + \frac{\sin^2 \varphi}{\mathcal{I}_{xz}} \right), \quad (4.28)$$

assim, aplicando a prescrição (4.14) e definindo

$$\hat{q}_\perp \equiv \hat{q}_{\pi/2,0} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi \mathcal{I}_{yx}}, \quad \hat{q}_L \equiv \hat{q}_{\pi/2,\pi/2} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi \mathcal{I}_{yz}} \quad (4.29)$$

nós finalmente chegamos a

$$\hat{q}_{\pi/2,\varphi} = \hat{q}_\perp \cos^2 \varphi + \hat{q}_L \sin^2 \varphi. \quad (4.30)$$

Este é um caso particular da relação (4.3) antecipada acima. Na Figura 4.3 esse resultado foi graficado para vários valores de  $\varphi$ .

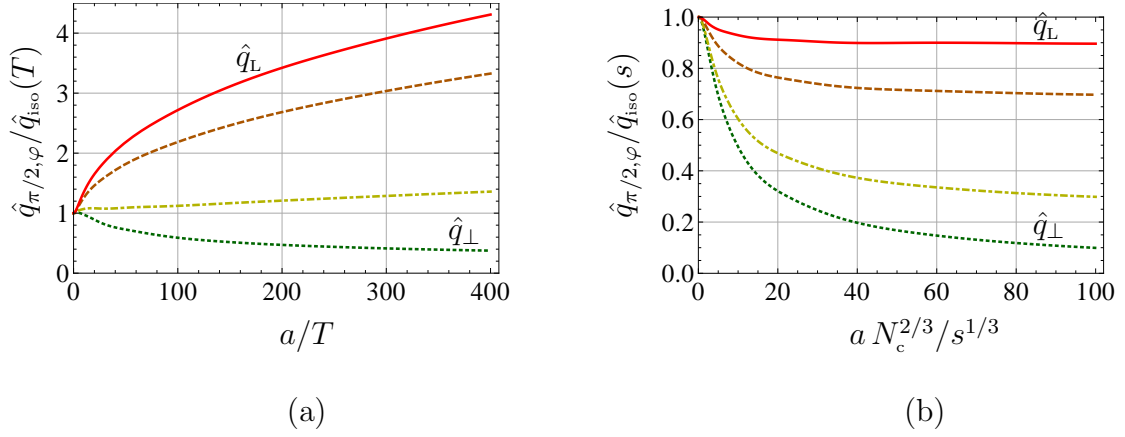


Figura 4.3: Parâmetro de atenuação de jato  $\hat{q}_{\pi/2,\varphi}$  associado com alargamento de momento no plano  $yz$  para um quark movendo-se ao longo da direção transversa,  $x$ . A direção no plano  $yz$  fica num ângulo (de cima para baixo)  $\varphi = \pi/2, \pi/3, \pi/6, 0$  com relação ao eixo  $y$  (veja a Fig. 4.1). A curva mais acima (abaixo) corresponde ao alargamento de momento ao longo da direção longitudinal (transversal).  $\hat{q}_{\pi/2,\varphi}$  e  $a$  são graficados em unidades apropriadas para facilitar a comparação com um plasma isotrópico com mesma temperatura (a), ou com a mesma densidade de entropia (b). O resultado isotrópico é dado pelas Eqs. (4.17) e (4.18).

### 4.3 Movimento arbitrário

Nós agora consideramos um movimento arbitrário no plano  $xz$ , como explicado na Fig. 4.1. Para este propósito, primeiro definimos as coordenadas rodadas  $X$  e  $Z$  como

$$\begin{aligned}
 z &= Z \cos \theta - X \sin \theta, \\
 x &= Z \sin \theta + X \cos \theta, \\
 y &= Y,
 \end{aligned}
 \tag{4.31}$$

e depois passamos para as coordenadas do cone de luz, definindo

$$t = \frac{Z^- + Z^+}{\sqrt{2}}, \quad Z = \frac{Z^- - Z^+}{\sqrt{2}}.
 \tag{4.32}$$

Note que  $Z$  é a direção do movimento. Assim, nós fixamos o gauge estático  $Z^- = \tau$ ,  $u = \sigma$ , e procuramos uma solução para a imersão da corda parametrizada como

$$Z^+ = Z^+(u), \quad X \rightarrow X(u) \sin \varphi, \quad Y \rightarrow Y(u) \cos \varphi. \quad (4.33)$$

Com esta escolha,  $\varphi$  é o ângulo polar, no plano ortogonal a  $Z$ , entre a direção do alargamento de momento e o eixo  $Y$ . Note que devemos permitir uma imersão não constante na direção de  $Z^+$  para poder encontrar uma solução.

Partindo do *ansatz* acima a obtenção da ação de Nambu-Goto (4.6) é direta. No entanto, a expressão resultante é muito longa e não vamos escrevê-la explicitamente. Como nas seções anteriores, nós podemos usar o fato de que a ação não depende explicitamente de  $Z^+$ ,  $X$ , e  $Y$ . Isso nos permite expressar as derivadas com relação à  $u$  dessas funções de imersão em termos de três constantes do movimento, as quais chamamos de  $\Pi_+$ ,  $\Pi_X$ , e  $\Pi_Y$ . Nós somente estaremos interessados no limite no qual essas quantidades são pequenas. Nesse limite, encontramos

$$(z^+)' = c_{++}\Pi_+ + \frac{1}{\sin \varphi}c_{+X}\Pi_X + \mathcal{O}(\Pi^2), \quad (4.34)$$

$$X' = \frac{1}{\sin \varphi}c_{X+}\Pi_+ + \frac{1}{\sin^2 \varphi}c_{XX}\Pi_X + \mathcal{O}(\Pi^2), \quad (4.35)$$

$$Y' = \frac{1}{\cos^2 \varphi}c_{YY}\Pi_Y + \mathcal{O}(\Pi^2), \quad (4.36)$$

com

$$c_{++} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{u^2(\mathcal{F}\mathcal{B}(\cos^2 \theta + \mathcal{H} \sin^2 \theta) - \mathcal{H})}{\mathcal{F}\mathcal{B}\mathcal{H}\sqrt{\mathcal{F}(\sin^2 \theta + \mathcal{H} \cos^2 \theta - \mathcal{F}\mathcal{B})}}, \quad (4.37)$$

$$c_{XX} \equiv \frac{\sqrt{2} u^2(\sin^2 \theta + \mathcal{H} \cos^2 \theta)}{\mathcal{H}\sqrt{\mathcal{F}(\sin^2 \theta + \mathcal{H} \cos^2 \theta - \mathcal{F}\mathcal{B})}}, \quad (4.38)$$

$$c_{+X} = c_{X+} \equiv \frac{u^2(\mathcal{H} - 1) \sin \theta \cos \theta}{\mathcal{H}\sqrt{\mathcal{F}(\sin^2 \theta + \mathcal{H} \cos^2 \theta - \mathcal{F}\mathcal{B})}}, \quad (4.39)$$

$$c_{YY} \equiv \frac{\sqrt{2} u^2}{\sqrt{\mathcal{F}(\sin^2 \theta + \mathcal{H} \cos^2 \theta - \mathcal{F}\mathcal{B})}}. \quad (4.40)$$

Um argumento análogo ao da Sec. 4.1 mostra que os denominadores nessas expressões só se anulam no horizonte no limite de  $\Pi$  pequeno. As extremidades da corda não estão separadas na direção de  $z^+$ , de forma que nós devemos ter  $\int dz^+ = 0$ . Assim, integrando (4.34), obtemos

$$\Pi_+ = -\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\int_0^{u_H} du c_{+X}}{\int_0^{u_H} du c_{++}} \Pi_X + \mathcal{O}(\Pi^2). \quad (4.41)$$

Este resultados pode agora ser usado na integração da Eq. (4.35) para obter  $\Pi_X$ :

$$\Pi_X = \frac{\ell}{2} \frac{\sin^2 \varphi \int_0^{u_H} du c_{++}}{(\int_0^{u_H} du c_{++})(\int_0^{u_H} du c_{XX}) - (\int_0^{u_H} du c_{+X})^2} + \mathcal{O}(\Pi^2). \quad (4.42)$$

De forma semelhante, a integração de (4.36) fornece

$$\Pi_Y = \frac{\ell}{2} \frac{\cos^2 \varphi}{\int_0^{u_H} du c_{YY}} + \mathcal{O}(\Pi^2). \quad (4.43)$$

Inserindo as Eqs. (4.34)-(4.36) na ação, expandindo até ordem quadrática nos  $\Pi$ 's e

desprezando o termo dominante independente de  $\Pi$ , encontramos

$$S = 2i \frac{\sqrt{\lambda} L^-}{4\pi} \int_0^{u_H} du \left[ c_{++} \Pi_+^2 + \frac{1}{\sin^2 \varphi} c_{XX} \Pi_X^2 + \frac{2}{\sin \varphi} c_{+X} \Pi_+ \Pi_X + \frac{1}{\cos^2 \varphi} c_{YY} \Pi_Y^2 \right]. \quad (4.44)$$

Com as expressões explícitas (4.41)-(4.43), essa expressão se reduz a

$$S = 2i \frac{\sqrt{\lambda} L^- \ell^2}{16\pi} \left[ P(\theta) \sin^2 \varphi + Q(\theta) \cos^2 \varphi \right], \quad (4.45)$$

com

$$P(\theta) \equiv \frac{\int_0^{u_H} du c_{++}}{\left( \int_0^{u_H} du c_{++} \right) \left( \int_0^{u_H} du c_{XX} \right) - \left( \int_0^{u_H} du c_{+X} \right)^2}, \quad Q(\theta) \equiv \frac{1}{\int_0^{u_H} du c_{YY}}. \quad (4.46)$$

Usando a prescrição (4.14), finalmente chegamos em

$$\hat{q}_{\theta, \varphi} = \frac{\sqrt{2\lambda}}{\pi} \left[ P(\theta) \sin^2 \varphi + Q(\theta) \cos^2 \varphi \right]. \quad (4.47)$$

Vemos que, de fato, nós derivamos a relação esperada, (4.3), com

$$\hat{q}_{\theta, 0} = \frac{\sqrt{2\lambda}}{\pi} P(\theta), \quad \hat{q}_{\theta, \pi/2} = \frac{\sqrt{2\lambda}}{\pi} Q(\theta). \quad (4.48)$$

Colocando  $\theta = 0$  em (4.47) nós obtemos o resultado prévio (4.30). Na Fig. 4.4 nós graficamos o resultado (4.47) para  $\varphi = 0$  e  $\varphi = \pi/2$  como função das razões  $a/T$  e  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  para diferentes valores de  $\theta$ . Nas Figs. 4.5 e 4.6 nós plotamos os resultados como função de  $\theta$  e  $\varphi$  para vários valores de  $a/T$  e  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$ , respectivamente. Note que, quando  $\theta = 0$  (movimento ao longo da direção longitudinal) a simetria rotacional no plano  $xy$  implica que o parâmetro de atenuação de jato é independente

de  $\varphi$ . Por esta razão, as curvas azuis (pontilhadas) nas Figs. 4.4(a)-(b) estão de acordo com as curvas azuis (contínuas) nas Figs. 4.4(c)-(d). As curvas vermelhas (contínuas) nas Figs. 4.3 também concordam com as curvas vermelhas (pontilhadas) nas Figs. 4.4(c)-(d), já que ambas correspondem a  $\theta = \varphi = \pi/2$ . Analogamente, as curvas verdes (pontilhadas) nas Figs. 4.3 concordam com as curvas verdes (contínuas) nas Figs. 4.4(a)-(b), pois ambas correspondem a  $\theta = \pi/2, \varphi = 0$ .

## 4.4 Discussão

O alargamento de momento de um parton altamente relativístico movendo-se num plasma não-abeliano é descrito pelo parâmetro de atenuação de jato,  $\hat{q}$ . O parâmetro de atenuação de jato depende da orientação relativa entre a direção preferencial do plasma anisotrópico considerado, da direção do movimento do parton e da direção na qual o alargamento de momento é medido. Essa dependência pode ser parametrizada por dois ângulos ( $\theta$  e  $\varphi$ ), como mostrado na Fig. 4.1. Nós determinamos o parâmetro de atenuação de jato  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  para a orientação mais geral possível e para qualquer anisotropia.

A anisotropia é induzida por um termo teta dependente da posição na teoria de gauge, ou equivalentemente, por um axion depende da posição no lado gravitacional. Pode-se, portanto, suspeitar o quão sensível serão as conclusões em relação à escolha específica da fonte de anisotropia. Com relação à isso, é útil notar que o calculo gravitacional envolve apenas acoplamento da corda com a métrica de fundo. Isso significa que qualquer anisotropia que dá origem à uma métrica qualitativamente similar (e nenhum campo  $B$  de Neveu-Schwarz) irá fornecer resultados qualitativamente similares para o parâmetro de atenuação de jato não importando a forma do resto dos

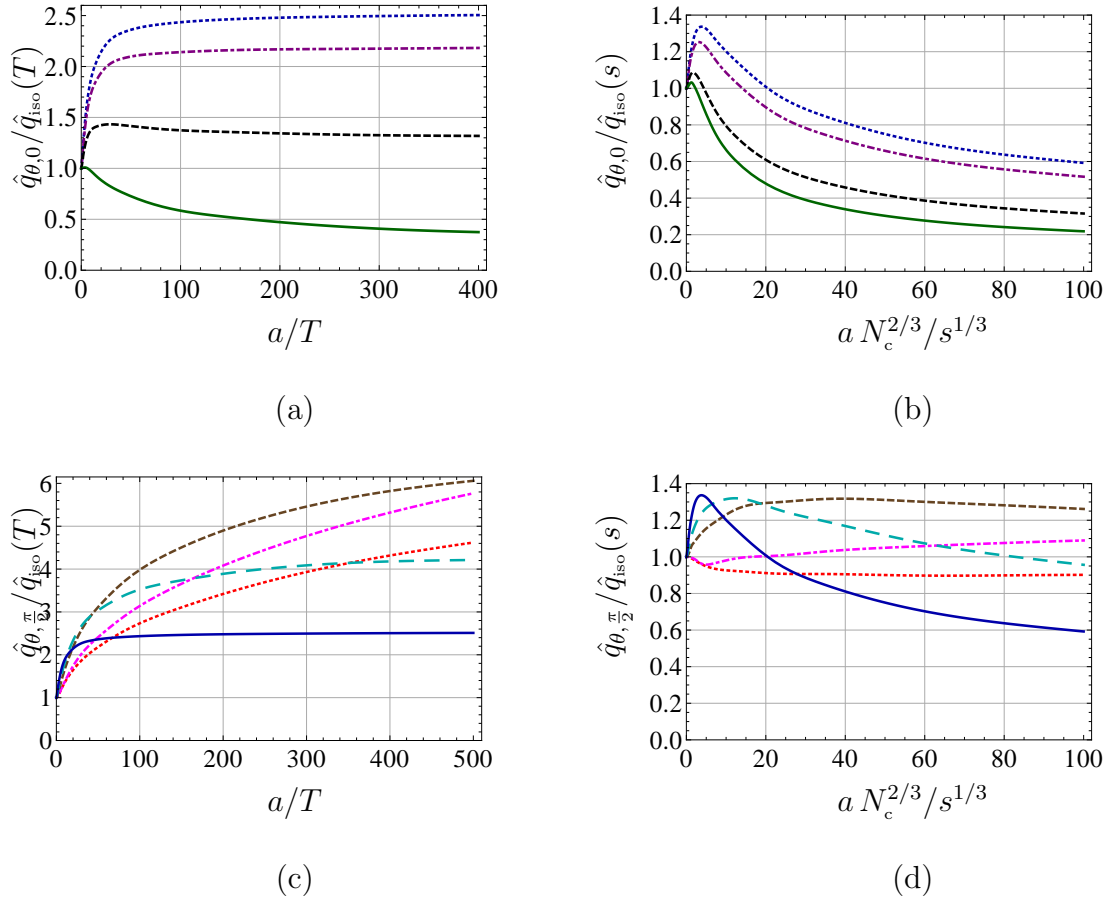


Figura 4.4: Parâmetro de atenuação de jato de um quark movendo-se numa direção arbitrária no plano  $xz$ , associado com alargamento de momento ao longo da direção transversa  $y$  (acima) ou ao longo do plano  $xz$  (abaixo). Em (a) e (b) o ângulo entre a direção do movimento e a direção longitudinal  $z$  é (de cima para baixo)  $\theta = 0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$ , enquanto que a correspondência em (c) e (d) é  $\theta = 5\pi/12$  (marrom, tracejado),  $49\pi/100$  (magenta, pontilhado-tracejado),  $\pi/2$  (vermelho, pontilhado),  $\pi/3$  (ciano, tracejado grosseiro), e  $0$  (azul, contínua).  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  e  $a$  foram graficados em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico de um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é dado pelas Eqs. (4.17) e (4.18).

campos de supergravidade.

Para uma anisotropia suficientemente pequena, o parâmetro de atenuação de jato  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  é sempre maior do que a correspondente grandeza num plasma isotrópico com

mesma temperatura (mas diferente densidade de entropia), independentemente das direções do movimento e do alargamento de momento. Essa característica é difícil de se visualizada nas Figs. 4.2(a), 4.3(a), 4.4(a) e 4.4(c) por causa da escala do eixo horizontal, mas pode ser vista claramente na Fig. 4.5(a). Aumentando a anisotropia,  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  continua maior que o resultado isotrópico exceto em uma pequena região próxima do ponto  $(\theta, \varphi) = (\pi/2, 0)$ , o qual corresponde ao alargamento de momento, ao longo da direção  $y$ , experimentado pelo quark propagando-se ao longo do eixo  $x$ . Essa região é mostrada mais claramente na Fig. 4.7(a), onde graficamos as curvas ao longo das quais  $\hat{q}_{\theta,\varphi} = \hat{q}_{\text{iso}}(T)$ , isto é, as interseções entre as duas superfícies mostradas em cada um dos gráficos da Fig. 4.5. Vemos que as regiões separadas por essas duas curvas dependem fracamente do valor de  $a/T$ , que muda mais de duas ordens de magnitude entre a curva magenta tracejada ( $a/T = 12.2$ ) e a curva preta pontilhada ( $a/T = 3380$ ).

Outra característica interessante da comparação para temperaturas iguais é que, para  $a/T$  pequeno,  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  é maior para  $\theta \simeq 0$ , enquanto que, para  $a/T$  grande, a situação fica invertida e  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  fica maior para  $\theta \simeq \pi/2$  (exceto na pequena região próxima do ponto  $(\theta, \varphi) = (\pi/2, 0)$ ). Em outras palavras, para  $a/T$  pequeno, o alargamento de momento é maior para quarks propagando-se ao longo do eixo do feixe,  $z$ , enquanto que, para  $a/T$  grande, o alargamento é maior para quarks propagando-se no plano transversal (a não ser que o alargamento de momento seja medido muito próximo da direção ortogonal no plano transversal). Finalmente, nós vemos que na maior parte da região onde  $\hat{q}_{\theta,\varphi} > \hat{q}_{\text{iso}}(T)$ , o valor do parâmetro de atenuação de jato anisotrópico aumenta com  $a/T$ . Isso pode ser visto observando-se as escalas nos eixos verticais dos gráficos da Fig. 4.5, ou das fatias de valores constantes de  $\theta$  e  $\varphi$  mostradas nas Figs. 4.2(a), 4.3(a), 4.4(a) e 4.4(c).

Em contraste, se a comparação é feita entre plasmas com densidades de entropia iguais (mas com diferentes temperaturas), então o parâmetro de atenuação de jato anisotrópico pode ser maior ou menor que o parâmetro isotrópico para qualquer valor da densidade de entropia, como se pode ver na Fig. 4.6. Conforme mostrado claramente na Fig. 4.7(b), para  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  pequeno, o parâmetro de atenuação de jato anisotrópico é maior que o isotrópico exceto em uma pequena região próxima de  $\theta = \pi/2$ , isto é, para todos os quarks, exceto aqueles que se propagam próximos ao plano transversal. Essa situação tende a se inverter quando  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  aumenta, até que, para  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  grande, o  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  anisotrópico é maior que  $\hat{q}_{\text{iso}}(s)$  na proximidade do ponto  $(\theta, \varphi) = (\pi/2, \pi/2)$ , o qual, convém lembrar, corresponde ao alargamento de momento, ao longo da direção  $z$ , experimentado por um quark propagando-se ao longo do eixo  $x$ . Assim, vemos que, quando os dois plasmas são comparados com densidades de entropia iguais, as regiões onde o parâmetro de atenuação de jato anisotrópico é maior ou menor que o isotrópico depende fortemente do valor da densidade de entropia.

Também em contraste com o caso de temperaturas iguais, com densidades de entropia iguais, o parâmetro de atenuação de jato anisotrópico decresce quando  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  cresce para quase todas as orientações da direção do movimento e do alargamento de momento. Isso pode ser visto na escala do eixo vertical da Fig. 4.6, ou nas fatias de  $\theta$  e  $\varphi$  constantes mostradas nas Figs. 4.2(b), 4.3(b), 4.4(b) e 4.4(d).

Uma característica que o caso de iguais entropias compartilha com o caso de temperaturas iguais é que, para  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  pequeno,  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  é maior para  $\theta \simeq 0$ , enquanto que para  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  grande, a situação se inverte e  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  torna-se maior para  $\theta \simeq \pi/2$  (exceto na pequena região próxima do ponto  $(\theta, \varphi) = (\pi/2, 0)$ ). Essa concordância é esperada, já que as normalizações  $\hat{q}_{\text{iso}}(T)$  ou  $\hat{q}_{\text{iso}}(s)$  cancelam-se quando comparamos

os valores de  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  para diferentes valores de  $\theta$  e  $\varphi$  a valores constantes de  $T$  ou  $s$ .

Agora nós vamos comparar nossos resultados com os resultados de alargamento de momento de um QGP do mundo real na presença de anisotropias [70, 71, 72, 73].<sup>2</sup> Essa comparação precisa ser interpretada com cautela, porque as fontes de anisotropia num QGP criado numa colisão de íons pesados e em nosso sistema são diferentes, e por essa razão nós vamos limitar nossa comparação a aspectos qualitativos dos resultados. No QGP a anisotropia é dinâmica, no sentido de que é devida à distribuição inicial de partículas no espaço dos momentos, que evoluirá no tempo e eventualmente se tornará isotrópica. Em contraste, a anisotropia em nosso caso é devida à uma fonte externa que mantém o sistema num estado de equilíbrio anisotrópico que não evoluirá no tempo. Não obstante, esperamos que nosso sistema possa prover um bom modelo para um processo cuja escala de tempo característica seja suficientemente menor que a escala de tempo que controla a evolução temporal do QGP.

O caso mais interessante a ser considerado no contexto de uma colisão de íons pesados é o caso no qual um quark propaga-se no plano transversal, discutido na Sec. 4.2. Neste caso, o alargamento de momento ao longo do eixo do feixe,  $\hat{q}_L$ , e ao longo do plano transversal,  $\hat{q}_\perp$ , serão, em geral, diferentes. As Refs. [70, 71, 72] comparam essas quantidades com as correspondentes quantidades isotrópicas num plasma com mesma temperatura. Eles encontraram que  $\hat{q}_L \gtrsim \hat{q}_{\text{iso}} > \hat{q}_\perp$ , isto é, que o alargamento de momento ao longo do eixo do feixe cresce ligeiramente na presença de anisotropia, enquanto que o alargamento de momento no plano transversal decresce significativamente. Esses efeitos se tornam mais fortes na medida em que a anisotropia cresce. Esses resultados foram sugeridos como uma possível explicação para o alargamento

---

<sup>2</sup>As Refs. [74, 75] consideraram uma situação explicitamente dependente do tempo, por isso, nós não vamos tentar uma comparação com seus resultados.

assimétrico de perfis de jatos no plano de pseudo-rapidez ( $\eta$ ) e ângulo azimutal ( $\phi$ ) [69, 76, 77, 78, 79].

Os cálculos das Refs. [70, 71, 72] assumem a existência de quase-partículas no plasma. Em contraste, nosso modelo fortemente acoplado não possui excitações de quase-partículas. Nele nós encontramos que, de fato,  $\hat{q}_L > \hat{q}_{\text{iso}} > \hat{q}_\perp$  para  $a/T \gtrsim 6.35$ , mas para anisotropias menores, encontramos que  $\hat{q}_L > \hat{q}_\perp > \hat{q}_{\text{iso}}$ . A última região não é vista claramente na Fig. 4.3(a) por causa da escala do eixo horizontal, mas é ilustrada na Fig. 4.5(a), onde nós vemos que, para  $a/T = 1.38$ , tem-se  $\hat{q}_{\theta,\varphi} > \hat{q}_{\text{iso}}$  para todo  $\theta, \varphi$ . Note que  $a/T \gtrsim 6.35$  é uma anisotropia bastante grande, já que a transição entre os dois comportamentos limítrofes da densidade de entropia mostrada na Fig. 2.4 ocorre no entorno de  $a/T \simeq 3.7$ .

Outra diferença é que, mesmo para  $a/T \gtrsim 6.35$ , o efeito mais significativo da anisotropia se dá sobre  $\hat{q}_L$ , cujo crescimento com  $a/T$  é mais rápido que o decréscimo de  $\hat{q}_\perp$ , como se pode ver na Fig. 4.3(a). O alargamento de momento num ângulo intermediário  $\varphi$  com relação ao plano transversal é dado pela Eq. (4.30), e ele pode ser menor ou maior que o valor isotrópico. Para ilustrar esse fato na Fig. 4.8 nós plotamos uma curva no plano  $(a/T, \varphi)$  abaixo (acima) da qual o parâmetro de atenuação de jato anisotrópico é maior (menor) que a correspondente quantidade isotrópica num plasma com mesma temperatura. Por fim, da Fig. 4.3(b), nota-se que, se a comparação é feita com densidades de entropia iguais, então a ordenação encontrada é  $\hat{q}_{\text{iso}} > \hat{q}_L > \hat{q}_\perp$  para todos os valores de  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$ , e além disso, o efeito mais significativo neste caso é o rápido decréscimo de  $\hat{q}_\perp$  quando  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  aumenta.

Nós encerramos enfatizando uma conclusão geral de nossa análise, a saber, o crescimento, ou decréscimo, do valor do parâmetro de atenuação de jato em relação

ao seu valor isotrópico depende de como é feita a comparação, isto é, se a comparação é feita com mesma temperatura, mas com diferentes densidades de entropia, ou com mesma densidade de entropia, porém com temperaturas diferentes. Isso contrasta com o cálculo da força de arrasto do capítulo anterior. Naquele caso a comparação entre os plasmas anisotrópico e isotrópico era relativamente insensível ao modo de comparação, isto é, se era feita com iguais temperaturas ou com a mesma densidade de entropia. Esse desacordo não é inesperado. O alargamento de momento e a força de arrasto estão relacionados no limite  $v \rightarrow 0$  pelo teorema da flutuação-dissipação (veja, por exemplo, [29, 52, 80] para uma discussão no contexto de AdS/CFT). No entanto, nós consideramos o limite ultrarelativístico,  $v = 1$ , caso no qual não há, a priori, nenhuma relação entre o alargamento de momento e a força de arrasto.

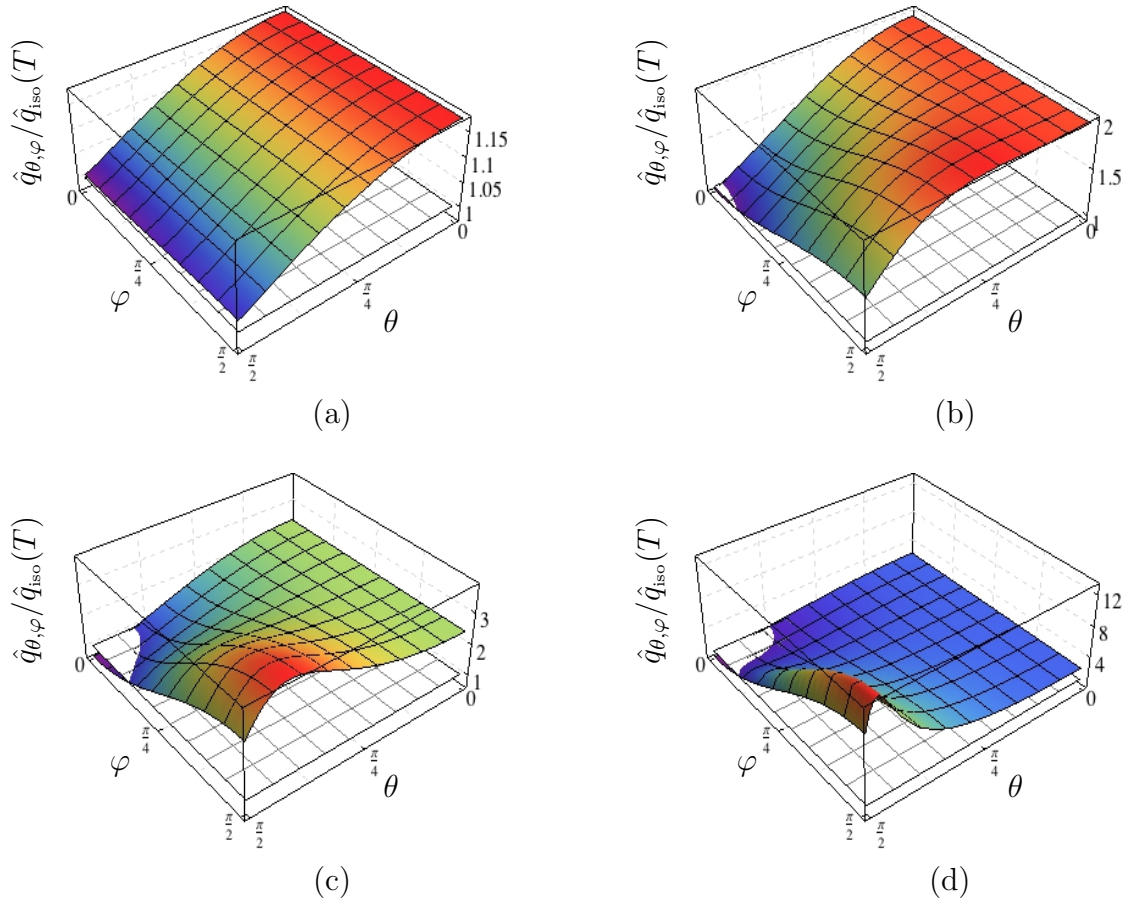


Figura 4.5: Parâmetro de atenuação de jato de um quark movendo-se numa direção arbitrária no plano  $xz$  como função dos ângulos  $\theta$  e  $\varphi$  e para anisotropias  $a/T = 1.38$  (a), 12.2 (b), 86 (c), 3380 (d).  $\hat{q}_{\theta,\varphi}$  foi plotado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico de um plasma com mesma temperatura. O resultado isotrópico é dado pela Eq. (4.17).

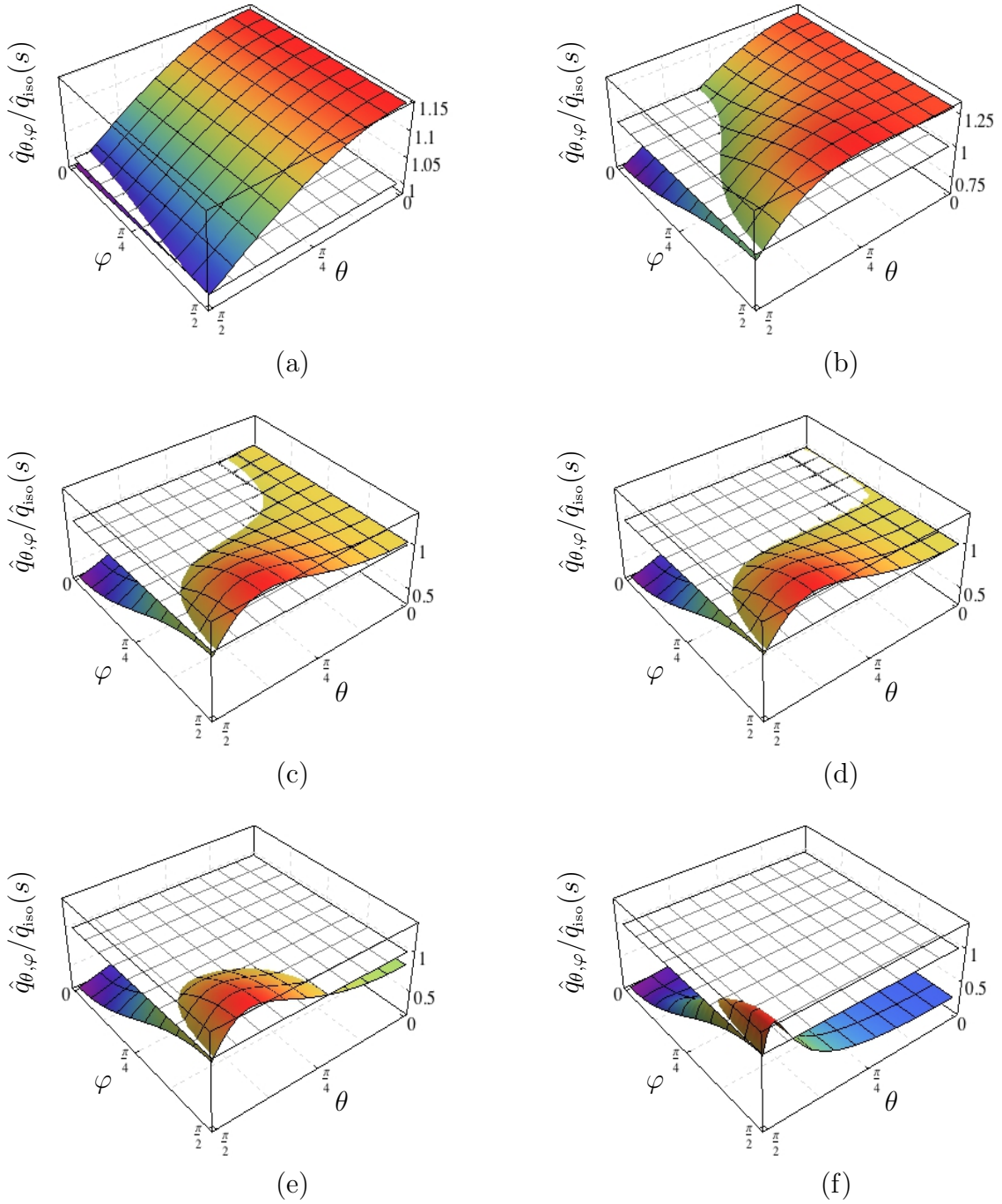


Figura 4.6: Parâmetro de atenuação de jato de um quark movendo-se numa direção arbitrária no plano  $xz$  como função dos ângulos  $\theta$  e  $\varphi$  e para anisotropias  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 0.80$  (a), 6.24 (b), 18.2 (c), 20.2 (d), 35.5 (e), 928 (f).  $\hat{q}_{\theta, \varphi}$  foi plotado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico de um plasma com mesma densidade de entropia. O resultado isotrópico é dado em Eq. (4.18).

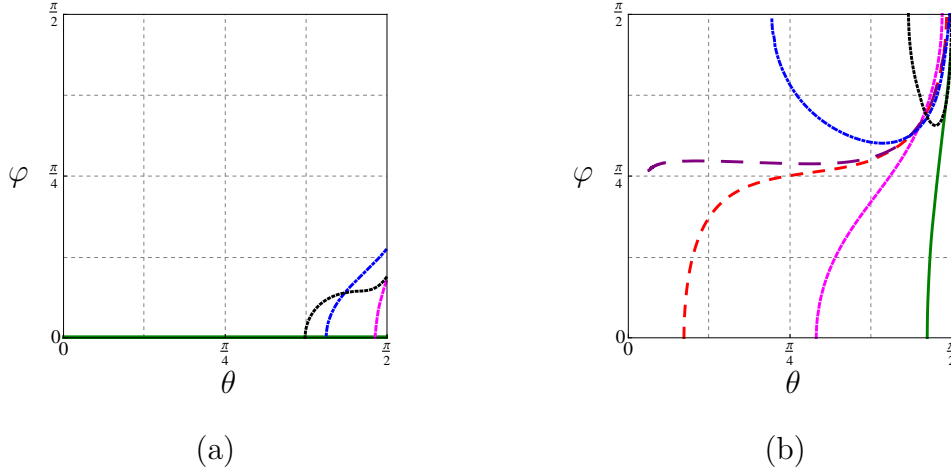


Figura 4.7: Acima (abaixo) das curvas no plano  $(\theta, \varphi)$  o parâmetro de atenuação de jato  $\hat{q}_{\theta, \varphi}$  do plasma anisotrópico é maior (menor) que o parâmetro de atenuação de jato de um plasma isotrópico com mesma temperatura (a) ou com mesma densidade de entropia (b). Em (a) as curvas correspondem à  $a/T = 1.38$  (verde, contínua), 12.2 (magenta, tracejada), 86 (azul, pontilhada-tracejada) and 3380 (preta, pontilhada). Em (b) elas correspondem à  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 0.80$  (verde, contínua), 6.24 (magenta, tracejada), 18.2 (vermelha, grosseiramente tracejada), 20.2 (roxa, muito grosseiramente tracejada), 35.5 (azul, pontilhada-tracejada) e 928 (preta, pontilhada).

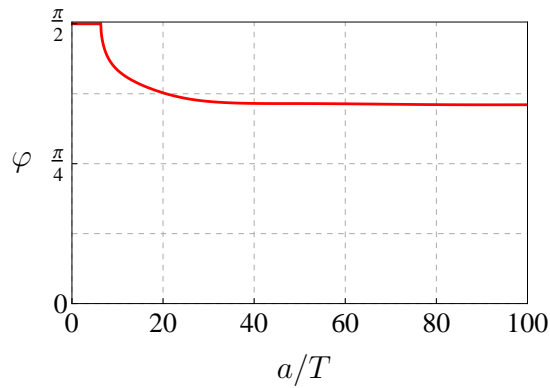


Figura 4.8: Abaixo (acima) dessa curva no plano  $(a/T, \varphi)$ , o parâmetro de atenuação de jato,  $\hat{q}_{a\varphi}$ , do plasma anisotrópico é maior (menor) que o correspondente parâmetro num plasma isotrópico com mesma temperatura.

# Capítulo 5

## Quarkonia e comprimento de blindagem

Neste capítulo nós estudamos o potencial e comprimento de blindagem de mésons no plasma anisotrópico de [32, 33]. Nós apresentamos resultados para mésons com velocidades e orientações arbitrárias e também para valores arbitrários de anisotropia. Vamos considerar o comprimento de blindagem no caso no qual o par quark-antiquark está em repouso no plasma e o caso no qual ele se move através do plasma.<sup>1</sup>

Como já descrito acima, o plasma é estático porque ele é mantido num estado de equilíbrio anisotrópico por uma força externa. Nós vamos discutir todas as ressalvas com maior detalhe abaixo, mas enfatizamos desde o início que, em termos de potenciais extrapolações para o QGP do mundo real, nossos resultados devem ser in-

---

<sup>1</sup>Para o caso particular de um par quark-antiquark em repouso, o comprimento de blindagem também foi calculado [81] num modelo diferente [82] de uma plasma anisotrópico fortemente acoplado. Os resultados apresentam algumas diferenças com relação aos apresentados aqui. Enquanto isso pode indicar alguma dependência do comprimento de blindagem com o modelo, é importante notar que a solução de [82] possui uma singularidade nua. Embora essa seja uma singularidade benigna, sua presença introduz alguma ambiguidade nos cálculos, que só podem ser realizados pela prescrição de condições de contorno um tanto quanto ad hoc na singularidade.

interpretados com cautela. Em primeiro lugar, as fontes de anisotropia no QGP criado numa colisão de íons pesados e em nosso sistema são diferentes. No QGP a anisotropia é dinâmica, no sentido de que é devida à distribuição inicial das partículas no espaço dos momentos, que evoluirá no tempo e eventualmente se tornará isotrópica. Em contraste, no nosso caso a anisotropia é devida a uma força externa que mantém o sistema num estado de equilíbrio anisotrópico que não evoluirá no tempo. Contudo, esperamos que nosso sistema possa prover um bom modelo para processos cuja escala de tempo característica é suficientemente menor que a escala de tempo que controla a evolução de um plasma dinâmico.

A segunda ressalva diz respeito ao fato que, mesmo numa situação estática, diferentes fontes externas podem ser escolhidas para manter o plasma em equilíbrio, assim, pode-se imaginar até que ponto os resultados dependem dessa escolha. Nós vamos dar uma resposta parcial a esta questão na seção de discussão, onde explicamos que nossos resultados qualitativos, por exemplo, o limite ultra-relativístico, não dependem dos detalhes da nossa solução, mas apenas de algumas características gerais. Apesar disso, seria interessante calcular os mesmos observáveis em outros plasmas anisotrópicos fortemente acoplados. Somente então emergiria um quadro geral que permitiria, por exemplo, entender quais observáveis são robustos, no sentido de que são realmente insensíveis à forma na qual o plasma é mantido no equilíbrio isotrópico, e quais são dependentes de modelo. Obviamente é o primeiro tipo de observáveis que têm melhor chance de serem relevantes para o QGP do mundo real. O estudo apresentado aqui deve ser considerado como um primeiro passo nesse programa geral.

Para evitar qualquer possível confusão, nós esclarecemos desde o início que os quarks e antiquarks que vamos considerar são infinitamente massivos, isto é, os estados ligados que vamos considerar são análogos aos mésons pesados em QCD. Assim, o

leitor deve sempre ter a palavra ‘quarkonium’ em mente, apesar do fato de que nós vamos frequentemente nos referir a esses estados simplesmente como ‘mésons’, ‘mésons pesados’, ‘estados ligados de quark-antiquark’, ‘dipolos’, etc. Isso é especialmente relevante no limite ultra-relativístico do comprimento de blindagem, para o qual vamos dar maior atenção, já que ele pode ser determinado analiticamente. Enfatizamos que nossos resultados correspondem a primeiro mandar as massas do quark e do antiquark para o infinito, e depois mandar  $v \rightarrow 1$ . Em particular, isso significa que em qualquer tentativa de conectar esses resultados à fenomenologia do QGP, essa conexão só pode ser feita para a fenomenologia de mésons pesados movendo-se através do plasma.

## 5.1 Preliminares

Nós definimos o comprimento de blindagem,  $L_s$ , como a separação entre um quark e um antiquark tal que, para  $\ell < L_s$  ( $\ell > L_s$ ) seja energeticamente favorável para o par quark-antiquark permanecer num estado ligado (não-ligado) [83, 84]. Claramente  $L_s \leq L_{\max}$ , sendo  $L_{\max}$  a máxima separação para a qual existe uma solução para o estado ligado do quark-antiquark. Nós vamos determinar  $L_s$  comparando a ação  $S(\ell)$  do par ligado, a qual é uma função da separação  $\ell$  entre o quark e o antiquark, com a ação  $S_{\text{unbound}}$  do sistema não-ligado, isto é, calculando:

$$\Delta S(\ell) = S(\ell) - S_{\text{unbound}}. \quad (5.1)$$

O comprimento de blindagem é o máximo valor de  $\ell$  para o qual  $\Delta S$  é positivo (já que iremos trabalhar com a assinatura de Lorentz). Ele pode corresponder ao valor de  $\ell$  para o qual  $\Delta S$  cruza o zero, caso no qual  $L_s < L_{\max}$ , ou o máximo valor de  $\ell$

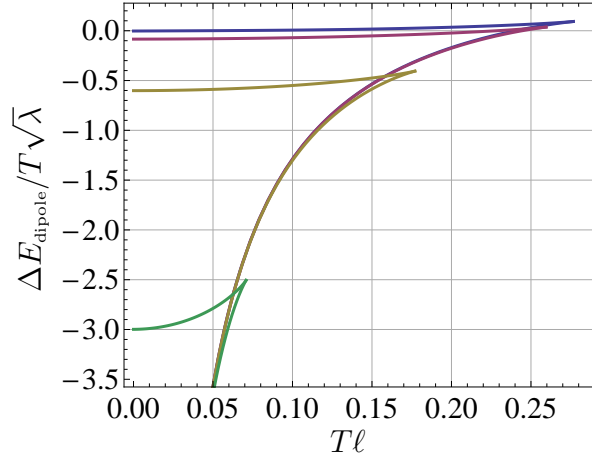


Figura 5.1: Diferença de energia, como definida em (5.2), entre um par quark-antiquark ligado e não-ligado movendo-se através do plasma isotrópico (2.10) com velocidades (da curva mais à direita até a mais à esquerda)  $v = 0, 0.35, 0.85, 0.996$ . O dipolo é orientado ortogonalmente a sua velocidade. Para  $v < v_{\text{trans}}$  tem-se  $L_s < L_{\text{max}}$ , enquanto que, para  $v > v_{\text{trans}}$ , encontra-se  $L = L_{\text{max}}$ , onde  $v_{\text{trans}} \simeq 0.45$  é a velocidade de transição entre os dois comportamentos. Quando  $v = 0$  o comprimento de blindagem e a máxima separação são  $L_s \simeq 0.24/T$  e  $L_{\text{max}} \simeq 0.27/T$ , respectivamente.

para o qual existe um estado ligado, caso no qual  $L_s = L_{\text{max}}$ . Na versão Euclidiana de nossos cálculos, esse critério corresponde em determinar qual configuração possui a menor energia livre, que é portanto a configuração termodinamicamente preferida. Como é mostrado na Fig. 5.1, para um méson movendo-se através de um plasma isotrópico, (2.10), tem-se  $L_s < L_{\text{max}}$  para  $v < v_{\text{trans}}$ , enquanto que, para  $v > v_{\text{trans}}$ , encontra-se que  $L_s = L_{\text{max}}$ , onde  $v_{\text{trans}} \simeq 0.45$  é a velocidade de transição entre os dois comportamentos [28, 27, 85]. Esses aspectos qualitativos estendem-se ao caso anisotrópico, conforme ilustramos na Fig. 5.2. A velocidade de transição decresce com a anisotropia, assim, para  $a/T$  grande, tem-se  $L_s = L_{\text{max}}$ , exceto para pequenas velocidades. De forma semelhante, se o limite ultra-relativístico  $v \rightarrow 1$  for tomado com  $a$  e  $T$  fixos, então obviamente  $v > v_{\text{trans}}$  e de novo  $L_s = L_{\text{max}}$ .

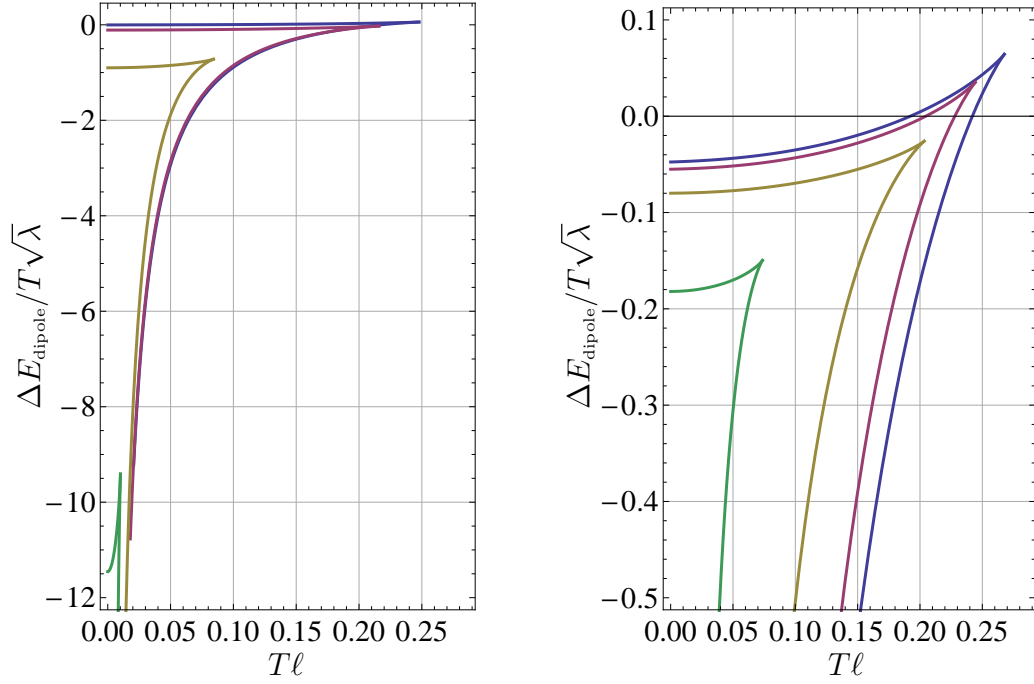


Figura 5.2: Diferença de energia em um plasma anisotrópico, como definida em (5.2), entre os estados ligado e não-ligado de um par quark-antiquark orientado ao longo da direção transversa,  $x$ , e movendo-se ao longo da direção anisotrópica,  $z$ . Todas as curvas à esquerda correspondem a  $a/T = 12.2$  e diferentes velocidades (da curva mais à direita até a curva mais à esquerda)  $v = 0, 0.35, 0.85, 0.996$ . Todas as curvas à direita correspondem à mesma velocidade  $v = 0.25$  e diferentes anisotropias (da curva mais à direita até a curva mais à esquerda)  $a/T = 0, 6.5, 43, 744$ . Para essas anisotropias as correspondentes velocidades de transição são dadas por  $v_{\text{trans}} = 0.45, 0.29, 0.19, 0.11$ , respectivamente.

Todos os nossos cálculos serão feitos no referencial de repouso do par quark-antiquark, no que segue, iremos nos referir a este referencial como referencial de repouso do dipolo. Já que qualquer observável pode ser facilmente obtido no referencial de repouso do plasma a partir de seu valor no referencial de repouso do dipolo, vamos falar indistintamente de ‘mésons num vento de plasma’ e de ‘mésons em movimento no plasma’. Enfatizamos que todas as quantidades físicas que apresentaremos, como por exemplo, o comprimento de blindagem, são calculadas no referencial de repouso do dipolo.

As ações são quantidades escalares, assim  $\Delta S_{\text{dipole}} = \Delta S_{\text{plasma}}$ . Além disso, no referencial de repouso do dipolo, temos

$$\Delta S_{\text{dipole}} = -\mathcal{T} \Delta E_{\text{dipole}}, \quad (5.2)$$

pois o dipolo é estático em seu referencial. Nessa expressão  $E_{\text{dipole}}$  é a energia (e não a energia livre) da configuração e  $\mathcal{T} = \int dt$  é o comprimento da região de integração no tempo. Assim, vemos que nosso critério, que é baseado em comparar as ações, também pode ser pensado como uma comparação entre as energias das configurações de estado ligado e não-ligado no referencial de repouso do dipolo.

Nós veremos que as divergências ultravioletas na ação da corda associadas com a integração de todo o caminho até a fronteira do AdS se cancelam na diferença (5.1), e as ações dos estados ligado e não ligado não possuem divergência no infravermelho associadas com a integração de todo o caminho até o horizonte. Isso pode ser verificado explicitamente e segue da relação delas com a energia no referencial de repouso do dipolo: enquanto a energia de um par de cordas não-ligadas possui uma divergência logarítmica no infravermelho no referencial de repouso do plasma [29], essa divergência não está presente no referencial de repouso do dipolo (veja, por exemplo, a discussão em [85]).

## 5.2 Dipolo estático em um plasma anisotrópico

Em um plasma anisotrópico o comprimento de blindagem depende da orientação relativa entre a direção do dipolo e a direção anisotrópica,  $z$ . Dada a simetria rotacional no plano  $xy$ , nós assumimos, sem perda de generalidade, que o dipolo se encontra no

plano  $xz$ , fazendo um ângulo  $\theta$  com o eixo  $z$ . Portanto, escolhemos o gauge estático,  $t = \tau, \sigma = u$ , e especificamos a imersão da corda como

$$x \rightarrow \sin \theta x(u), \quad z \rightarrow \cos \theta z(u). \quad (5.3)$$

A ação da corda assume a forma

$$S = -\frac{L^2}{2\pi\alpha'} 2 \int dt \int_0^{u_{\max}} du \frac{1}{u^2} \sqrt{\mathcal{B} (1 + \mathcal{F}\mathcal{H} \cos^2 \theta z'^2 + \mathcal{F} \sin^2 \theta x'^2)}, \quad (5.4)$$

onde o fator de 2 vem dos dois ramos da corda e  $u_{\max}$  será determinado abaixo. Os momentos conservados associados com a invariância por translação nas direções  $x$  e  $z$  são dados por

$$\Pi_x = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'} = \frac{\mathcal{B}\mathcal{F} \sin \theta x'}{u^2 \sqrt{\mathcal{B} (1 + \mathcal{F}\mathcal{H} \cos^2 \theta z'^2 + \mathcal{F} \sin^2 \theta x'^2)}}, \quad (5.5)$$

$$\Pi_z = \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z'} = \frac{\mathcal{B}\mathcal{F}\mathcal{H} \cos \theta z'}{u^2 \sqrt{\mathcal{B} (1 + \mathcal{F}\mathcal{H} \cos^2 \theta z'^2 + \mathcal{F} \sin^2 \theta x'^2)}}. \quad (5.6)$$

Invertendo essas relações, encontramos

$$x' = \frac{\sqrt{\mathcal{H}} \csc \theta u^2 \Pi_x}{\sqrt{\mathcal{F}} \sqrt{\mathcal{B}\mathcal{F}\mathcal{H} - u^4 (\Pi_z^2 + \mathcal{H} \Pi_x^2)}}, \quad z' = \frac{\sec \theta u^2 \Pi_z}{\sqrt{\mathcal{F}\mathcal{H}} \sqrt{\mathcal{B}\mathcal{F}\mathcal{H} - u^4 (\Pi_z^2 + \mathcal{H} \Pi_x^2)}}. \quad (5.7)$$

Substituindo de volta na ação, chegamos em

$$S = -\frac{L^2}{2\pi\alpha'} 2 \int dt \int_0^{u_{\max}} du \frac{1}{u^2} \frac{\mathcal{B}\sqrt{\mathcal{F}\mathcal{H}}}{\sqrt{\mathcal{B}\mathcal{F}\mathcal{H} - u^4 (\Pi_z^2 + \mathcal{H} \Pi_x^2)}}. \quad (5.8)$$

Para uma corda em forma de U descrevendo um par quark-antiquark ligado, o

ponto de retorno  $u_{\max}$  é determinado em termos dos momentos e pela condição:  $x'(u_{\max}) = z'(u_{\max}) \rightarrow \infty$ . Isso acontece se  $u_{\max} = u_{\text{H}}$ , caso no qual  $\mathcal{F}(u_{\max}) = 0$ , ou se

$$\mathcal{BFH} - u^4 (\Pi_z^2 + \mathcal{H} \Pi_x^2) \Big|_{u_{\max}} = 0. \quad (5.9)$$

A primeira possibilidade não é fisicamente relevante porque a segunda possibilidade é sempre realizada primeiro, o que significa que a corda dá meia volta quando  $u_{\max} < u_{\text{H}}$ , antes de atingir o horizonte. A única exceção é o caso  $\Pi_x = \Pi_z = 0$ , mas isso corresponde a  $x' = z' = 0$ , isto é, a um par de cordas que desce da fronteira em linha reta até o horizonte.

Os momentos são determinados pelas condições de contorno que requerem que as extremidades da corda fiquem separadas por uma distância  $\ell$ :

$$\frac{\ell}{2} = \int_0^{u_{\max}} du x' = \int_0^{u_{\max}} du z'. \quad (5.10)$$

Essas duas equações, junto com (5.9), podem ser resolvidas numericamente para expressar os momentos e  $u_{\max}$  em termos de  $\ell$ . Dessa forma a ação (5.8) na camada de massa para um par ligado se torna uma função apenas de  $\ell$ . Para determinar  $L_s$  nós subtraímos dessa ação a ação de um par quark-antiquark estático, não ligado, que é descrito por duas linhas reta penduradas entre a borda e o horizonte. A ação desse par não-ligado é igual à (5.8) com os momentos iguais a zero e com o intervalo de integração estendido até o horizonte:

$$S_{\text{unbound}} = -\frac{L^2}{2\pi\alpha'} 2 \int dt \int_0^{u_{\text{H}}} du \frac{\sqrt{\mathcal{B}}}{u^2}. \quad (5.11)$$

Nós obtemos o comprimento de blindagem numericamente determinando o valor de  $\ell$

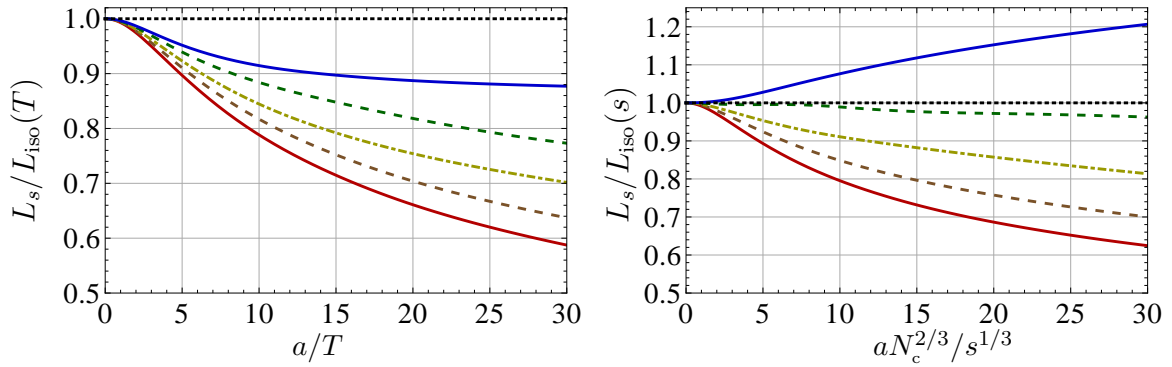


Figura 5.3: Comprimento de blindagem como função da anisotropia de um dipolo de quark-antiquark estático fazendo um ângulo com a direção  $z$  de (de cima para baixo no lado direito do gráfico)  $\theta = \pi/2, \pi/3, \pi/4, \pi/6, 0$ . O comprimento de blindagem está apresentado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico de um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é dado pelas Eqs. (5.12) e (5.13).

para o qual a diferença  $S(\ell) - S_{\text{unbound}}$  cruza o zero, já que no caso estático a condição  $L_s < L_{\text{max}}$  sempre se cumpre. O resultado para essa diferença como função de  $\ell$  no plasma isotrópico [83, 84] descrito pela Eq. (2.10) é mostrado na Fig. 5.1, por meio da qual vemos que o comprimento de blindagem é

$$L_{\text{iso}}(T) \simeq \frac{0.24}{T}, \quad [\text{dipole estático}]. \quad (5.12)$$

A dependência com o inverso da temperatura é esperada com base em análise dimensional. No caso isotrópico a temperatura e a densidade de entropia estão relacionado de forma simples através de (2.11), de forma que este resultado pode ser reescrito como

$$L_{\text{iso}}(s) \simeq 0.24 \left( \frac{\pi^2 N_c^2}{2s} \right)^{1/3}, \quad [\text{dipole estático}], \quad (5.13)$$

que será útil mais adiante.

Os resultados do caso anisotrópico são mostrados nas Figs. 5.3 e 5.4. A Fig. 5.3

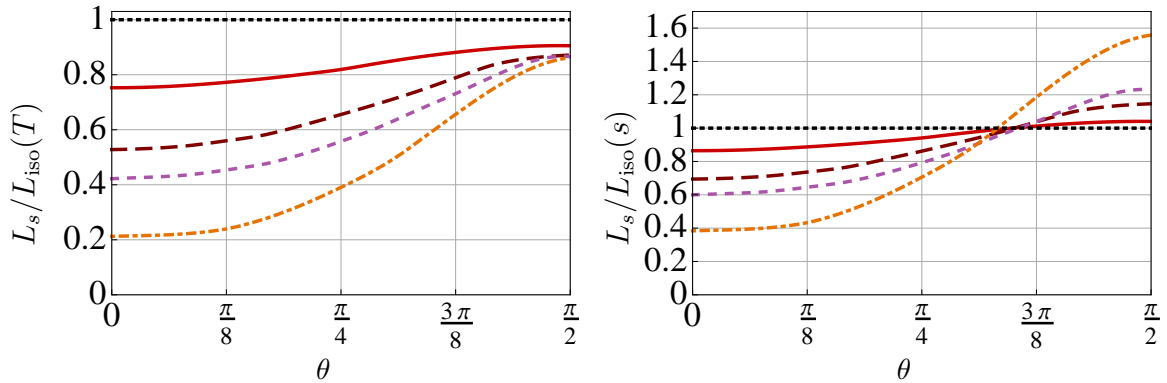


Figura 5.4: Comprimento de blindagem de um dipolo de quark-antiquark fazendo um ângulo  $\theta$  com a direção  $z$  para anisotropias  $a/T = 12.2$  (vermelho, contínua),  $42.6$  (marrom, tracejado grosso),  $86$  (violeta, tracejado),  $744$  (laranja, pontilhado-tracejado). Os correspondentes valores em unidades de densidade de entropia são (na mesma ordem)  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 6.2, 19, 35, 242$ . O comprimento de blindagem é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico de um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é dado pelas Eqs. (5.12) e (5.13).

mostra o comprimento de blindagem, para várias orientações do dipolo, como função da anisotropia medida em unidades de temperatura (à esquerda) e da densidade de entropia (à direita). A razão para trabalhar com essas duas normalizações deve-se ao fato de que desejamos comparar o comprimento de blindagem de um plasma anisotrópico com o isotrópico, e isso pode ser feito de pelo menos duas formas: os dois plasmas podem ser tomados tendo a mesma temperatura, mas com diferentes densidades de entropia, ou com mesma densidade de entropia, porém com diferentes temperaturas. A Fig. 5.4 mostra o comprimento de blindagem como função da orientação do dipolo para vários valores de anisotropia.

Nós vemos da Fig. 5.3 (esquerda) que  $L_s$  decresce monotonicamente quando  $a$  aumenta, para qualquer orientação do dipolo, se a temperatura é mantida fixa. Também vemos da Fig. 5.4 (esquerda) que esse efeito é mais pronunciado para um dipolo

orientado ao longo da direção de anisotropia. Em contraste, o comportamento do comprimento de blindagem com entropia constante depende da orientação do dipolo, como é mostrado em Figs. 5.3 (direita) e 5.4 (direita). Para dipolos com alinhamento suficientemente próximo da direção de anisotropia o comprimento de blindagem desce com a anisotropia, enquanto que para orientações suficientemente próximas do plano transversal o comprimento de blindagem aumenta com a anisotropia.

### 5.3 Dipolo num vento de plasma anisotrópico

Nesta seção nós vamos considerar um par quark-antiquark estático em um plasma anisotrópico que está se movendo com velocidade constante com relação ao dipolo — um dipolo num ‘vento de plasma anisotrópico’. Iremos prestar atenção especial ao limite ultra-relativístico, que pode ser entendido analiticamente.<sup>2</sup> Esse limite, junto com os resultados (estáticos) da Sec. 5.2, vai nos permitir entender qualitativamente os resultados para qualquer velocidade  $0 < v < 1$ .

Primeiramente nós vamos reescrever a solução (2.8) em um referencial em movimento, e depois colocar um dipolo nesse referencial — veja a Fig. 5.5. Dada a simetria rotacional no plano  $xy$ , nós assumimos que a velocidade do *boost* está contida no plano  $xz$ , e que faz um ângulo  $\theta_v$  com o eixo  $z$ . Assim, primeiro nós vamos para um novo

---

<sup>2</sup>Nós lembramos que, primeiro nós mandamos a massa do quark para infinito e depois  $v \rightarrow 1$ .

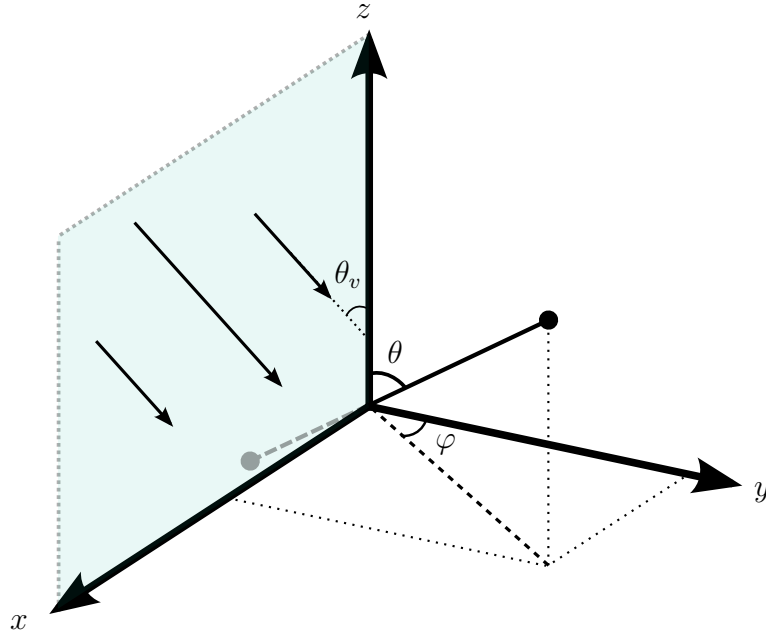


Figura 5.5: Orientação do dipolo num vento de plasma anisotrópico. A velocidade do vento fica no plano  $xz$  original (antes da mudança de referencial (5.15)) num ângulo  $\theta_v$  com relação à direção anisotrópica,  $z$ . O quark fica em ângulos  $\vec{q} = (x, y, z) = \frac{\ell}{2}(\sin \theta \sin \varphi, \sin \theta \cos \varphi, \cos \theta)$  com relação às direções renomeadas (depois da mudança de referencial (5.15)), e o antiquark fica em  $-\vec{q}$ .

sistema de coordenadas (rodado) definido por

$$\begin{aligned}
 t &= \tilde{t}, \\
 x &= \tilde{z} \sin \theta_v + \tilde{x} \cos \theta_v, \\
 y &= \tilde{y}, \\
 z &= \tilde{z} \cos \theta_v - \tilde{x} \sin \theta_v,
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

e depois fazemos um *boost* ao longo da direção  $\tilde{z}$ , definindo

$$\begin{aligned}
\tilde{t} &= \gamma(t' - v z') , \\
\tilde{x} &= x' , \\
\tilde{y} &= y' , \\
\tilde{z} &= \gamma(-v t' + z') ,
\end{aligned} \tag{5.15}$$

onde  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2}$  é o fator de Lorentz usual. Abaixo nós vamos considerar um dipolo com orientação arbitrária com relação à velocidade do plasma e à direção de anisotropia,  $z$  — veja a Fig. 5.5. Nós parametrizamos a orientação do dipolo com dois ângulos  $\theta$  e  $\varphi$  de forma que o quark fica em

$$\vec{q} = (x', y', z') = \frac{\ell}{2}(\sin \theta \sin \varphi, \sin \theta \cos \varphi, \cos \theta) \tag{5.16}$$

e o antiquark em  $-\vec{q}$ .

Por simplicidade notacional, no que segue abaixo, não vamos escrever as linhas no conjunto de coordenadas finais. Para evitar confusão, nós enfatizamos que a direção  $\theta_v$  do vento de plasma é sempre medida com relação ao sistema de coordenadas  $(x, y, z)$  original, isto é, antes da rotação e do *boost* citados acima. Em particular, movimentos dentro (fora) do plano transversal referem-se a dipolos em ventos de plasma com  $\theta_v = \pi/2$  ( $\theta_v \neq \pi/2$ ). Em contraste, a orientação do dipolo é sempre medida com relação ao sistema de coordenadas final  $(x', y', z')$ . No entanto, se ao invés de especificar a orientação do dipolo através de um par  $(\theta, \varphi)$  nós a especificarmos dizendo que os dipolos estão alinhados com as direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , então nós estaremos nos referindo às direções originais. Apenas como ilustração, considere o caso de um

vento de plasma soprando ao longo da direção  $x$  original, isto é, vento de plasma com  $\theta_v = \pi/2$ . Então, de (5.14) e (5.15), nós vemos que  $(x, z) \sim (z', x')$ . Portanto, neste caso, quando dissermos ‘um dipolo orientado ao longo da direção  $x$ ’ nós queremos dizer um dipolo com  $\theta = 0$ .

Depois de tirar as linhas do sistema de coordenadas final em (5.15), a parte com 5 dimensões da métrica (2.8) assume a forma

$$ds^2 = \frac{L^2}{u^2} \left( -g_{tt} dt^2 + g_{xx} dx^2 + dy^2 + g_{zz} dz^2 + g_{tx} dt dx + g_{tz} dt dz + g_{xz} dx dz + \frac{du^2}{\mathcal{F}} \right), \quad (5.17)$$

onde

$$g_{tt} = \frac{\mathcal{B}\mathcal{F} - v^2(\sin^2 \theta_v + \mathcal{H} \cos^2 \theta_v)}{1 - v^2}, \quad (5.18)$$

$$g_{xx} = \cos^2 \theta_v + \mathcal{H} \sin^2 \theta_v, \quad (5.19)$$

$$g_{zz} = \frac{\sin^2 \theta_v + \mathcal{H} \cos^2 \theta_v - v^2 \mathcal{B}\mathcal{F}}{1 - v^2}, \quad (5.20)$$

$$g_{tx} = \frac{(\mathcal{H} - 1)v}{\sqrt{1 - v^2}} \sin(2\theta_v), \quad (5.21)$$

$$g_{tz} = \frac{2v(\mathcal{B}\mathcal{F} - \sin^2 \theta_v - \mathcal{H} \cos^2 \theta_v)}{1 - v^2}, \quad (5.22)$$

$$g_{xz} = \frac{1 - \mathcal{H}}{\sqrt{1 - v^2}} \sin(2\theta_v). \quad (5.23)$$

Para determinar o comprimento de blindagem para uma velocidade genérica nós precisamos comparar as ações de um par quark-antiquark ligado e não-ligado, assim como no caso estático da Sec. 5.2. No entanto, no limite ultra-relativístico isto não é estritamente verdade porque  $L_s = L_{\max}$  (veja Sec. 5.1). Em outras palavras, nesse

limite nós só precisamos determinar a máxima separação quark-antiquark possível para a qual um estado ligado existe. Contudo, por completeza, nós apresentaremos uma breve análise da configuração não-ligada. Cada uma das cordas no par não-ligado é como uma das cordas estudadas no Capítulo 3. Note, no entanto, que no Capítulo 3 nós trabalhamos no referencial de repouso do plasma. Aqui nós vamos trabalhar no referencial de repouso do dipolo e nos focar no limite ultra-relativístico.

### 5.3.1 Par quark-antiquark não-ligado

Assim como na Sec. 5.2 nós fixamos o gauge estático  $t = \tau$ ,  $\sigma = u$ , e especificamos a imersão da corda não-ligada como

$$x \rightarrow x(u), \quad z \rightarrow z(u). \quad (5.24)$$

A imersão na direção  $y$  é simplesmente  $y = 0$  por causa da simetria rotacional no plano  $xy$  e porque a corda é não ligada. Como veremos abaixo, no caso de uma corda ligada (dipolo) as condições de contorno implicarão uma imersão  $y(u)$  não trivial.

A ação para a corda não ligada fica

$$S_{\text{unbound}} = -\frac{L^2}{2\pi\alpha'} 2 \int dt \int_0^{u_H} du \frac{1}{u^2} \sqrt{\mathcal{F}^{-1}K_0 + K_{xx}x'^2 + K_{zz}z'^2 + K_{xz}x'z'}, \quad (5.25)$$

onde

$$\begin{aligned}
K_0 &= g_{tt} , \\
K_{xx} &= \frac{\mathcal{B}\mathcal{F}(\cos^2 \theta_v + \mathcal{H} \sin^2 \theta_v) - \mathcal{H}v^2}{1 - v^2} , \\
K_{zz} &= \mathcal{B}\mathcal{F}(\sin^2 \theta_v + \mathcal{H} \cos^2 \theta_v) , \\
K_{xz} &= \frac{\mathcal{B}\mathcal{F}(1 - \mathcal{H})}{\sqrt{1 - v^2}} \sin(2\theta_v) .
\end{aligned} \tag{5.26}$$

Introduzindo os momentos conjugados

$$\Pi_x = \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{unbound}}}{\partial x'} , \quad \Pi_z = \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{unbound}}}{\partial z'} \tag{5.27}$$

e resolvendo para  $x'$  e  $z'$ , encontramos

$$x' = \frac{u^2}{\mathcal{F}\sqrt{\mathcal{B}\mathcal{H}}\sqrt{D}} \frac{N_x}{\sqrt{D}} , \quad z' = \frac{u^2}{\mathcal{F}\sqrt{\mathcal{B}\mathcal{H}}\sqrt{D}} \frac{N_z}{\sqrt{D}} , \tag{5.28}$$

onde

$$\begin{aligned}
N_x &= K_{zz}\Pi_x - \frac{1}{2}K_{xz}\Pi_z , \\
N_z &= -\frac{1}{2}K_{xz}\Pi_x + K_{xx}\Pi_z , \\
D &= \mathcal{B}\mathcal{H}\mathcal{F}K_0 - u^4 (K_{zz}\Pi_x^2 + K_{xx}\Pi_z^2 - K_{xz}\Pi_x\Pi_z) .
\end{aligned} \tag{5.29}$$

Substituindo na ação, chegamos em

$$S_{\text{unbound}} = -\frac{L^2}{2\pi\alpha'} 2 \int dt \int_0^{u_H} du \frac{\sqrt{\mathcal{B}\mathcal{H}}K_0}{u^2\sqrt{D}} . \tag{5.30}$$

Os momentos são determinados pela condição que (5.28) permaneça real para uma corda que se estende por todo o caminho da fronteira até o horizonte. Seguindo o Capítulo 3 nós analisamos essa condição notando que  $D$  pode ser reescrito como

$$D = \frac{2u^4}{K_{xz}} N_x N_z - b \left[ \Pi_x \Pi_z - c \right] \left[ \mathcal{B}\mathcal{F} - v^2(\sin^2 \theta_v + \mathcal{H} \cos^2 \theta_v) \right] \quad (5.31)$$

onde

$$b = \frac{\mathcal{H}u^4}{(1 - \mathcal{H})\sqrt{1 - v^2} \sin \theta_v \cos \theta_v}, \quad c = \frac{\mathcal{B}\mathcal{F}(1 - \mathcal{H}) \sin \theta_v \cos \theta_v}{u^4 \sqrt{1 - v^2}}. \quad (5.32)$$

Como no Capítulo 3 devemos exigir que os zeros do segundo termo da soma em (5.31) coincidam um com o outro e com os de  $N_x$  e  $N_z$ . Um dos zeros do segundo termo da soma ocorre no valor crítico,  $u = u_c$ , tal que

$$\mathcal{B}_c \mathcal{F}_c - d_c v^2 = 0, \quad d_c \equiv \mathcal{H}_c \cos^2 \theta_v + \sin^2 \theta_v, \quad (5.33)$$

onde  $\mathcal{B}_c = \mathcal{B}(u_c)$ , etc. Neste ponto, temos

$$N_x N_z|_{u_c} = \frac{v^4 \cos \theta_v \sin \theta_v}{\sqrt{1 - v^2}} (\mathcal{H}_c - 1) d_c \left[ d_c \Pi_x + \frac{(\mathcal{H}_c - 1) \cos \theta_v \sin \theta_v}{\sqrt{1 - v^2}} \Pi_z \right]^2 \quad (5.34)$$

Notando que  $\mathcal{H}_c > 1$  e que  $K_{xz} < 0$ , vemos que  $D$  seria negativo em  $u_c$  a não ser que os momentos estejam relacionados por

$$\Pi_x = \frac{(1 - \mathcal{H}_c) \cos \theta_v \sin \theta_v}{d_c \sqrt{1 - v^2}} \Pi_z. \quad (5.35)$$

Assumindo essa relação e exigindo que o outro zero no segundo termo da soma de

(5.31) coincida com  $u_c$ , temos

$$\Pi_z^2 = \frac{\mathcal{B}_c \mathcal{F}_c d_c}{u_c^4}, \quad \Pi_x^2 = \frac{\mathcal{B}_c \mathcal{F}_c (\mathcal{H}_c - 1)^2 \cos^2 \theta_v \sin^2 \theta_v}{u_c^4 (1 - v^2) d_c}. \quad (5.36)$$

Note que  $\Pi_z$  não se anula para qualquer valor de  $\theta_v$ , ao passo que  $\Pi_x$  se anula se  $\theta_v = 0, \pi/2$ . A razão disso é que para essas duas orientações particulares o vento de plasma sopra ao longo das direções originais,  $z$  ou  $x$ , e a corda se alinha com o eixo correspondente, veja o Capítulo 3. Como consequência, o momento ao longo do eixo ortogonal se anula. No entanto, a mudança de coordenadas (5.14) e (5.15) sempre renomeia a direção do movimento como  $z$ , assim, depois dessas mudanças o momento não nulo é chamado de  $\Pi_z$  não importando se  $\theta_v = 0$  ou  $\theta_v = \pi/2$ .

Vamos analisar o limite ultra-relativístico em detalhe. Isso é facilitado pela explícita distinção do movimento fora do plano transversal ( $\theta_v \neq \pi/2$ ) e do movimento no plano transversal ( $\theta_v = \pi/2$ ).

### Movimento ultra-relativístico fora do plano transversal

No limite ultra-relativístico  $u_c$  se aproxima da fronteira, isto é,  $u_c \rightarrow 0$ , e nós podemos usar a expansão de proximidade da borda (2.14) para determiná-lo. Nesse limite, a condição (5.33) fornece a expressão

$$u_c^2 \simeq \frac{4(1 - v^2)}{a^2 \cos^2 \theta_v} \quad [\theta_v \neq \pi/2], \quad (5.37)$$

que, quando substituída em (5.36), fornece os momentos

$$\Pi_z^2 \simeq \frac{a^4 \cos^4 \theta_v}{16(1 - v^2)^2}, \quad \Pi_x^2 \simeq \frac{a^4 \cos^2 \theta_v \sin^2 \theta_v}{16(1 - v^2)}. \quad (5.38)$$

Nessas expressões nós ignoramos termos subdominantes na expansão em  $1 - v^2$ , por exemplo, nós colocamos  $v \simeq 1$ ,  $\mathcal{H}_c \simeq 1$ , etc. Note que nessa expansão  $\Pi_x$  é subdominante com relação à  $\Pi_z$ .

Para propósitos futuros nós precisamos avaliar como  $S_{\text{unbound}}$  se relaciona com  $1 - v^2$  no limite  $v \rightarrow 1$ . Para tanto nós dividimos a região de integração, e por consequência a ação (5.30), como

$$S_{\text{unbound}} = S_{\text{unbound}}^{(1)} + S_{\text{unbound}}^{(2)}, \quad (5.39)$$

onde  $S_{\text{unbound}}^{(1)}$  é a ação com a integral em  $u$  variando entre 0 e  $u_c$ , e  $S_{\text{unbound}}^{(2)}$  é a ação com a integral em  $u$  variando entre  $u_c$  e  $u_H$ . A razão para essa separação é que no primeiro intervalo  $u$  é pequeno e por isso nós podemos usar as expansões de proximidade da borda (2.14), (5.37) e (5.38). Para exibir a dependência de  $S_{\text{unbound}}^{(1)}$  em  $1 - v^2$  explicitamente, é conveniente trabalhar com a variável  $r$ , que permaneça finita no limite em que  $v \rightarrow 1$ , definida como

$$u = r\sqrt{1 - v^2}, \quad u_c = r_c\sqrt{1 - v^2}. \quad (5.40)$$

Em termos dessa variável, obtemos

$$S_{\text{unbound}}^{(1)} = -\frac{L^2}{2\pi\alpha'} \frac{2}{\sqrt{1 - v^2}} \int dt \int_0^{r_c} dr \frac{1 - \frac{1}{4}a^2r^2 \cos^2 \theta_v + \dots}{r^2 \sqrt{1 - \frac{1}{4}a^2r^2 \cos^2 \theta_v - \frac{1}{16}a^4r^4 \cos^4 \theta_v + \dots}}. \quad (5.41)$$

A divergência perto de  $r = 0$  na ação da corda ligada se cancelará com a ação acima. O integrando é suave através de  $r = r_c$ . O ponto crucial é que o resultado é de  $\mathcal{O}[(1 - v^2)^{-1/2}]$  na contagem em potências de  $1 - v^2$ , e nós encontraremos o mesmo comportamento na ação da corda ligada (veja abaixo). Em contraste,  $S_{\text{unbound}}^{(2)}$  é

proporcional à  $1 - v^2$  no limite ultra-relativístico. A razão é que  $u$  não é pequeno em unidades de  $1 - v^2$  na correspondente região de integração, assim, toda a dependência vem do fato de a ação (5.30) ser proporcional à  $1/\Pi_z \sim 1 - v^2$  nessa região.

### Movimento ultra-relativístico no plano transversal

Nesse caso  $\theta_v = \pi/2$  e dessa forma nós vemos de (5.36) que  $\Pi_x = 0$ . Agora, a condição (5.33) fornece

$$u_c^2 \simeq \sqrt{\frac{1 - v^2}{C}}, \quad (5.42)$$

onde

$$C = \frac{121}{576}a^4 - \mathcal{F}_4 - \mathcal{B}_4, \quad (5.43)$$

e nós recordamos que  $\mathcal{F}_4, \mathcal{B}_4$  são coeficientes que aparecem na expansão de proximidade da fronteira (2.14). Substituindo (5.42) em (5.36) e, como antes, desprezando termos subdominantes, obtemos o momento na direção  $z$  (lembre que essa direção corresponde à direção  $x$  original):

$$\Pi_z \simeq \frac{1}{u_c^2} = \sqrt{\frac{C}{1 - v^2}}. \quad (5.44)$$

Agora é conveniente trabalhar com uma nova coordenada radial  $r$  definida por

$$u = r(1 - v^2)^{1/4}. \quad (5.45)$$

Dividindo a ação da corda não-ligada como antes, encontramos

$$S_{\text{unbound}}^{(1)} = -\frac{L^2}{2\pi\alpha'} \frac{2}{(1 - v^2)^{1/4}} \int dt \int_0^{r_c} dr \frac{1 - Cr^4 + \dots}{r^2 \sqrt{1 - 2Cr^4 + \dots}}. \quad (5.46)$$

Novamente, a divergência próxima a  $r = 0$  irá se cancelar com a divergência presente na ação da corda ligada, que também será de  $\mathcal{O}[(1 - v^2)^{-1/4}]$  na contagem de potências de  $1 - v^2$  (veja abaixo). Em contraste,  $S_{\text{unbound}}^{(2)}$  é proporcional a  $1/\Pi_x \sim \sqrt{1 - v^2}$  no limite ultra-relativístico, sendo, portanto, de importância secundária (subdominante).

Em resumo, encontramos no limite ultra-relativístico

$$S_{\text{unbound}} = \begin{cases} \mathcal{O}[(1 - v^2)^{-1/2}] & \text{if } \theta_v \neq \pi/2 & \text{[fora do plano transversal]}, \\ \mathcal{O}[(1 - v^2)^{-1/4}] & \text{if } \theta_v = \pi/2 & \text{[no plano transversal]}. \end{cases} \quad (5.47)$$

### 5.3.2 Par quark-antiquark ligado

Consideramos agora um dipolo com orientação arbitrária com relação à velocidade do plasma e à direção de anisotropia,  $z$  — veja a Fig. 5.5. Como antes, fixamos o gauge estático  $\tau = t, \sigma = u$  e especificamos a imersão da corda via três funções  $(x(u), y(u), z(u))$  sujeitas às condições de contorno

$$\begin{aligned} \frac{\ell}{2} \sin \theta \sin \varphi &= \int_0^{u_{\text{max}}} x' du, \\ \frac{\ell}{2} \sin \theta \cos \varphi &= \int_0^{u_{\text{max}}} y' du, \\ \frac{\ell}{2} \cos \theta &= \int_0^{u_{\text{max}}} z' du, \end{aligned} \quad (5.48)$$

onde  $u_{\text{max}}$  é o ponto de retorno da corda em forma de U. A integral na ação da corda ligada se estende apenas até esse ponto e agora inclui um termo proporcional a  $y'^2$ :

$$S = -\frac{L^2}{2\pi\alpha'} 2 \int dt \int_0^{u_{\text{max}}} du \frac{1}{u^2} \sqrt{\mathcal{F}^{-1}K_0 + K_{xx}x'^2 + K_{yy}y'^2 + K_{zz}z'^2 + K_{xz}x'z'}.$$

(5.49)

Todos os  $K$ 's foram definidos em (5.26) exceto  $K_{yy}$ , que é dado por

$$K_{yy} = \frac{\mathcal{B}\mathcal{F} - v^2(\sin^2 \theta_v + \mathcal{H} \cos^2 \theta_v)}{1 - v^2}. \quad (5.50)$$

Os momentos são definidos como

$$\Pi_x = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'}, \quad \Pi_y = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y'}, \quad \Pi_z = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z'}. \quad (5.51)$$

Invertendo essas equações, obtemos

$$\begin{aligned} x' &= \frac{u^2}{\mathcal{F}\sqrt{\mathcal{B}\mathcal{H}\sqrt{D}}} \left( K_{zz}\Pi_x - \frac{1}{2}K_{xz}\Pi_z \right), \\ y' &= \frac{u^2\sqrt{\mathcal{B}\mathcal{H}}}{\sqrt{D}} \Pi_y, \\ z' &= \frac{u^2}{\mathcal{F}\sqrt{\mathcal{B}\mathcal{H}\sqrt{D}}} \left( -\frac{1}{2}K_{xz}\Pi_x + K_{xx}\Pi_z \right), \end{aligned} \quad (5.52)$$

onde

$$D = \mathcal{B}\mathcal{H}\mathcal{F}K_0 - u^4 \left( K_{zz}\Pi_x^2 + \mathcal{B}\mathcal{F}\mathcal{H}\Pi_y^2 + K_{xx}\Pi_z^2 - K_{xz}\Pi_x\Pi_z \right). \quad (5.53)$$

Substituindo essas expressões na ação (5.49), obtemos

$$S = -\frac{L^2}{2\pi\alpha'} 2 \int dt \int_0^{u_{\max}} du \frac{\sqrt{\mathcal{B}\mathcal{H}}K_0}{u^2\sqrt{D}}. \quad (5.54)$$

Como no caso da corda não-ligada, vamos distinguir entre os casos do movimento dentro e fora do plano transversal, focando no limite ultra-relativístico.

### Movimento ultra-relativístico fora do plano transversal

Um ponto de retorno  $u_{\max}$  é definido pela condição  $D(u_{\max}) = 0$ . No limite ultra-relativístico nós esperamos que esse ponto se aproxime da fronteira para a solução da corda de interesse, como no caso isotrópico. Assim, nesse limite,  $u_{\max}$  pode ser determinado usando as expansões de proximidade da fronteira das funções da métrica (2.14).

No limite  $u \rightarrow 0$  encontramos as seguintes expansões:

$$K_{zz} \simeq 1 + \frac{a^2 u^2 \cos^2 \theta_v}{4} + \dots, \quad (5.55)$$

$$K_{xz} \simeq 0 - \frac{a^2 u^2 \sin \theta_v \cos \theta_v}{2\sqrt{1-v^2}} + \dots, \quad (5.56)$$

$$K_{xx} \simeq 1 - \frac{a^2 u^2 \cos^2 \theta_v}{4(1-v^2)} + \dots, \quad (5.57)$$

das quais segue que

$$D \simeq 1 - \frac{a^2 u^2 \cos^2 \theta_v}{4(1-v^2)} - u^4 (\Pi_x^2 + \Pi_y^2 + \Pi_z^2) + \dots. \quad (5.58)$$

De forma similar, as condições de contorno (5.48) assumem a forma

$$\begin{aligned}
\frac{\ell}{2} \sin \theta \sin \varphi &\simeq \int_0^{u_{\max}} du \frac{u^2}{\sqrt{D}} \Pi_x + \dots, \\
\frac{\ell}{2} \sin \theta \cos \varphi &\simeq \int_0^{u_{\max}} du \frac{u^2}{\sqrt{D}} \Pi_y + \dots, \\
\frac{\ell}{2} \cos \theta &\simeq \int_0^{u_{\max}} du \frac{u^2}{\sqrt{D}} \left( 1 - \frac{a^2 u^2 \cos^2 \theta_v}{4(1-v^2)} \right) \Pi_z + \dots.
\end{aligned} \tag{5.59}$$

No limite ultra-relativístico, todos os termos que omitimos nas equações acima, em particular em (5.58) e (5.60), são subdominantes em relação aos termos que mantivemos, uma vez que a coordenada radial e os momentos se comportam como

$$u = r\sqrt{1-v^2}, \quad \Pi_i = \frac{p_i}{1-v^2}, \tag{5.60}$$

onde  $r$  e  $p_i$  são mantidos fixos no limite  $v \rightarrow 1$ . Em termos dessas novas variáveis (5.60) a condição de contorno (5.60) assume a forma

$$\begin{aligned}
\frac{\ell}{2} \sin \theta \sin \varphi &\simeq \sqrt{1-v^2} p_x \mathcal{I}_2(p, \theta_v), \\
\frac{\ell}{2} \sin \theta \cos \varphi &\simeq \sqrt{1-v^2} p_y \mathcal{I}_2(p, \theta_v), \\
\frac{\ell}{2} \cos \theta &\simeq \sqrt{1-v^2} p_z \left( \mathcal{I}_2(p, \theta_v) - \frac{a^2 \cos^2 \theta_v}{4} \mathcal{I}_4(p, \theta_v) \right),
\end{aligned} \tag{5.61}$$

onde a integral

$$\mathcal{I}_n(p, \theta_v) \equiv \int_0^{r_{\max}} dr \frac{r^n}{\sqrt{1 - \frac{a^2 r^2}{4} \cos^2 \theta_v - r^4(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)}} \tag{5.62}$$

é de  $\mathcal{O}(1)$  na contagem de potências em  $(1-v^2)$ , e é finita se  $n \geq 0$ . Além disso,

notando que

$$K_0 = 1 - \frac{a^2 u^2 \cos^2 \theta_v}{4(1-v^2)} + \mathcal{O}(u^4) \simeq 1 - \frac{a^2 r^2 \cos^2 \theta_v}{4}, \quad (5.63)$$

nós vemos que a ação da corda ligada se comporta como:

$$S \simeq -\frac{L^2}{2\pi\alpha'} \frac{2}{\sqrt{1-v^2}} \left( \mathcal{I}_{-2}(p, \theta_v) - \frac{a^2 \cos^2 \theta_v}{4} \mathcal{I}_0(p, \theta_v) \right) \int dt. \quad (5.64)$$

Já que tanto a ação da corda ligada como a da não-ligada (5.41) são proporcionais a  $(1-v^2)^{-1/2}$ , a divergência em  $r=0$  na ação da corda ligada proveniente da integral  $\mathcal{I}_{-2}(p, \theta_v)$  cancelaria exatamente a divergência da ação da corda não ligada na diferença (5.1). Além disso, comparando as duas ações nós concluímos que os momentos  $p_i$  introduzidos em (5.60) são de fato de  $\mathcal{O}(1)$  na contagem de potências de  $(1-v^2)$  no limite ultra-relativístico. Seguiria, então, que as integrais  $\mathcal{I}_n(p, \theta_v)$  são também de  $\mathcal{O}(1)$ , e portanto que o comprimento de blindagem comporta-se como  $L_s \sim (1-v^2)^{1/2}$  no limite ultra-relativístico. No entanto, conforme explicado abaixo (5.23), no limite ultra-relativístico,  $L_s = L_{\max}$  é a máxima separação possível entre um par quark-antiquark ligado, podendo por isso ser determinada pela maximização de  $\ell$  em (5.61) com relação aos momentos. Como as integrais são limitadas a partir de qualquer valor acima de  $p_i$ , e o máximo depende de  $v$ , segue que  $L_s = L_{\max} \sim (1-v^2)^{1/2}$ .

### Movimento ultra-relativístico no plano transversal

Nesse caso  $\theta_v = \pi/2$  e as expansões de  $D$  e das condições de contorno (5.48) se tornam

$$D \simeq 1 - \frac{Cu^4}{1-v^2} - u^4(\Pi_x^2 + \Pi_y^2 + \Pi_z^2) + \dots \quad (5.65)$$

e

$$\begin{aligned}
\frac{\ell}{2} \sin \theta \sin \varphi &\simeq \int_0^{u_{\max}} du u^2 \frac{\Pi_x}{\sqrt{1 - \frac{Cu^4}{1-v^2} - u^4(\Pi_x^2 + \Pi_y^2 + \Pi_z^2)}} + \dots, \\
\frac{\ell}{2} \sin \theta \cos \varphi &\simeq \int_0^{u_{\max}} du u^2 \frac{\Pi_y}{\sqrt{1 - \frac{Cu^4}{1-v^2} - u^4(\Pi_x^2 + \Pi_y^2 + \Pi_z^2)}} + \dots, \\
\frac{\ell}{2} \cos \theta &\simeq \int_0^{u_{\max}} du u^2 \frac{\left(1 - \frac{Cu^4}{1-v^2}\right) \Pi_z}{\sqrt{1 - \frac{Cu^4}{1-v^2} - u^4(\Pi_x^2 + \Pi_y^2 + \Pi_z^2)}} + \dots,
\end{aligned}$$

onde  $C$  foi definido em (5.43). Assim como na seção anterior, no limite ultra-relativístico todos os termos que omitimos nas equações são de importância secundária com relação aos termos que nós mantivemos, uma vez que, nesse caso, a coordenada radial e os momentos se comportam como

$$u = r(1 - v^2)^{1/4}, \quad \Pi_i = \frac{p_i}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad (5.66)$$

onde  $r$  e  $p_i$  são mantidos fixos no limite  $v \rightarrow 1$ . Em termos dessas novas variáveis as condições de contorno (5.66) ficam

$$\begin{aligned}
\frac{\ell}{2} \sin \theta \sin \varphi &\simeq (1 - v^2)^{1/4} p_x \mathcal{J}_2(p), \\
\frac{\ell}{2} \sin \theta \cos \varphi &\simeq (1 - v^2)^{1/4} p_y \mathcal{J}_2(p), \\
\frac{\ell}{2} \cos \theta &\simeq (1 - v^2)^{1/4} p_z (\mathcal{J}_2(p) - C \mathcal{J}_6(p)),
\end{aligned} \quad (5.67)$$

onde a integral

$$\mathcal{J}_n(p) = \int_0^{r_{\max}} dr \frac{r^n}{\sqrt{1 - r^4(C + p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)}} \quad (5.68)$$

é de  $\mathcal{O}(1)$  na contagem de potências em  $(1 - v^2)$ , e é finita se  $n \geq 0$ . Além disso, notando que

$$K_0 = 1 - \frac{C}{1 - v^2} u^4 + \mathcal{O}(u^6) \simeq 1 - Cr^4, \quad (5.69)$$

vemos que a ação da corda ligada fica

$$S \simeq -\frac{L^2}{2\pi\alpha'} \frac{2}{(1 - v^2)^{1/4}} \left( \mathcal{J}_{-2}(p) - C \mathcal{J}_2(p) \right) \int dt. \quad (5.70)$$

Tendo em vista que tanto a ação da corda ligada como a da não-ligada (5.46) são proporcionais a  $(1 - v^2)^{-1/4}$ , a divergência em  $r = 0$  na ação da corda ligada proveniente da integral  $\mathcal{J}_{-2}(p)$  cancelaria a divergência da ação da corda não-ligada na diferença (5.1). Além do mais, pela comparação das duas ações nós concluiríamos que os momentos  $p_i$  introduzidos em (5.66) são de fato de  $\mathcal{O}(1)$  na contagem de potências de  $(1 - v^2)$  no limite ultra-relativístico. Seguiria, então, que as integrais  $\mathcal{J}_n(p)$  são também de  $\mathcal{O}(1)$ , e portanto que o comprimento de blindagem se comporta como  $L_s \sim (1 - v^2)^{1/4}$  no limite ultra-relativístico. No entanto, como explicado abaixo (5.23), no limite ultra-relativístico  $L_s = L_{\max}$  é simplesmente a máxima separação possível entre um par quark-antiquark ligado, sendo, portanto, possível de se determinar pela maximização de  $\ell$  em (5.67) com relação aos momentos. Como as integrais são limitadas a partir de qualquer valor acima de  $p_i$ , e o máximo é independente de  $v$ , segue que  $L_s = L_{\max} \sim (1 - v^2)^{1/4}$ .

Em suma, concluímos que no referencial de repouso do dipolo o comprimento de blindagem, no limite ultra-relativístico, se comporta como

$$L_s \sim \begin{cases} (1 - v^2)^{1/2} \text{ if } \theta_v \neq \pi/2 & \text{[movimento fora do plano transversal]}, \\ (1 - v^2)^{1/4} \text{ if } \theta_v = \pi/2 & \text{[movimento no plano transversal]}, \end{cases} \quad (5.71)$$

independentemente da orientação do dipolo.

### 5.3.3 Limite isotrópico

Os resultados acima se reduzem ao resultado isotrópico da Ref. [28, 27] no limite  $a \rightarrow 0$ . Este limite é mais facilmente recuperado partindo dos resultados para o movimento no plano transversal, já que alguns termos na expansão na Seção 5.3.2 se anulam para  $a = 0$ , o que invalida a análise. Em contraste, colocando  $a = 0$  na Seção 5.3.2 resume-se a simplesmente mandar  $C$  para seu valor isotrópico, que de (5.43) e (2.10) é

$$C = -\mathcal{F}_4 = \frac{1}{u_{\text{H}}^4} = \pi^4 T^4. \quad (5.72)$$

Já que o valor de  $C$  não afeta o comportamento ultra-relativístico do comprimento de blindagem, nós recuperamos o comportamento

$$L_{\text{iso}} \sim (1 - v^2)^{1/4} \quad \text{[plasma isotrópico]} \quad (5.73)$$

encontrado no caso isotrópico pelo autores de [28, 27]. Tal como no caso anisotrópico, o comportamento ultra-relativístico do comprimento de blindagem é independente da orientação do dipolo. De fato, mesmo para  $v < 1$ , o comprimento de blindagem isotrópico depende fracamente da orientação do dipolo, como é mostrado na Fig. 5.6.

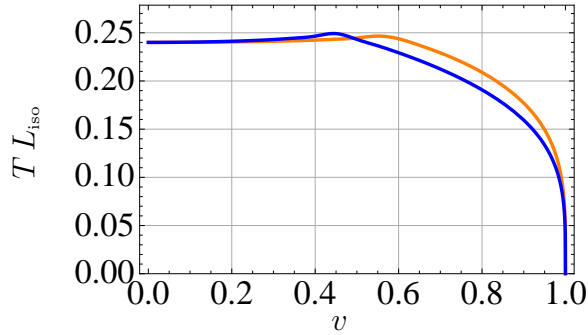


Figura 5.6: Comprimento de blindagem para um dipolo movendo-se através de um plasma isotrópico numa direção ortogonal (curva azul, acima) ou paralela (curva laranja, abaixo) à sua orientação.

### 5.3.4 Resultados numéricos para velocidades genéricas

Longe do limite ultra-relativístico o comprimento de blindagem precisa ser obtido numericamente. Por esta razão, nos concentramos em alguns casos representativos, a saber, aqueles nos quais tanto a direção do vento de plasma como a orientação do dipolo estão alinhados com um dos eixos originais  $x$ ,  $y$ , ou  $z$ . Dada a simetria rotacional no plano  $xy$ , há apenas cinco casos não equivalentes a serem considerados, pois, se o vento de plasma ‘assopra’ na direção  $z$ , então orientar o dipolo na direção  $x$  ou  $y$  fornece físicas idênticas. Em cada caso, nós graficamos o comprimento de blindagem como função da velocidade  $v$  para diferentes graus de anisotropia  $a$ , e também como função do grau de anisotropia para diferentes valores de velocidade. Em cada caso o resultado pode ser entendido qualitativamente combinando os resultados estáticos da Sec. 5.2 e o comportamento ultra-relativístico derivado analiticamente na Seção 5.3. Lembramos que em todos os casos abaixo, por ‘um dipolo orientado ao longo de  $x$ ,  $y$  ou  $z$ ’ nós estamos nos referindo às direções originais anteriores à rotação

(5.14) e ao *boost* (5.15).

**Vento e dipolo ao longo de  $z$ .** Os resultados numéricos são mostrados nas Figs. 5.7 e 5.8. Nós vemos que as curvas em Fig. 5.7 começam em  $v = 0$  com o mesmo valor que o resultado estático com  $\theta = 0$  mostrado na Fig. 5.4, e que elas se anulam como  $(1 - v^2)^{1/4}$  no limite  $v \rightarrow 1$ , em concordância com (5.71) (linha mais acima) e (5.73). O comprimento de blindagem decresce com a anisotropia, não importando se  $T$  ou  $s$  são mantidos fixos.

**Vento ao longo de  $z$  e dipolo ao longo de  $x$ .** Os resultados numéricos são mostrados nas Figs. 5.9 e 5.10. Nós vemos que as curvas na Fig. 5.9 começam em  $v = 0$  com o mesmo valor que o resultado estático com  $\theta = \pi/2$  mostrado na Fig. 5.4, e que elas vão a zero como  $(1 - v^2)^{1/4}$  no limite  $v \rightarrow 1$ , em concordância com (5.71) (linha mais acima) e (5.73). Neste caso o comprimento de blindagem decresce com a anisotropia desde que a temperatura seja mantida fixa. O mesmo comportamento é encontrado quando a densidade de entropia é mantida constante para velocidades suficientemente altas, enquanto que, para velocidades pequenas, o comprimento de blindagem para  $s$  constante na verdade aumenta com  $a$ .

**Vento e dipolo ao longo de  $x$ .** Os resultados numéricos são mostrados nas Figs. 5.11 e 5.12. Nós vemos que as curvas na Fig. 5.11 começam em  $v = 0$  com o mesmo valor que o resultado estático para  $\theta = \pi/2$  mostrado na Fig. 5.4, e que elas se aproximam de um valor finito, não-nulo, conforme  $v \rightarrow 1$ , em concordância com (5.71) (linha mais abaixo) e (5.73). Assim como nos casos anteriores, o comprimento de blindagem decresce com a anisotropia para qualquer velocidade desde que a temperatura seja mantida fixa. O comportamento oposto é encontrado para  $s$  constante.

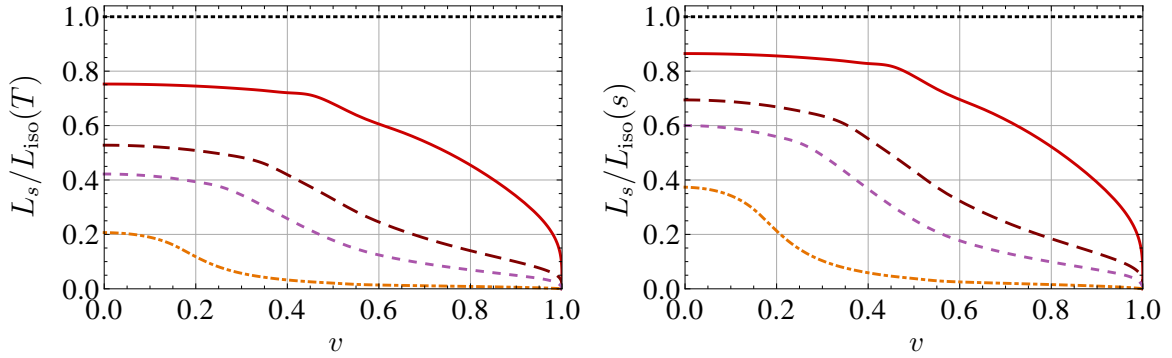


Figura 5.7: Comprimento de blindagem para um vento de plasma ao longo da direção  $z$  e um dipolo orientado ao longo da direção  $z$ , para quatro valores de anisotropia diferentes (de cima para baixo)  $a/T = 12.2, 42.6, 86, 744$ . Os correspondentes valores em unidades de densidade de entropia são (na mesma ordem)  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 6.2, 19, 35, 242$ . O comprimento de blindagem é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é graficado na Fig. 5.6, e seu comportamento ultra-relativístico é dado na Eq. (5.73). Para  $v = 0$  as curvas concordam com os valores para  $\theta = 0$  na Fig. 5.4. Conforme  $v \rightarrow 1$  elas vão à zero como  $(1 - v^2)^{1/4}$ , em concordância com (5.71) (linha mais acima) e (5.73).

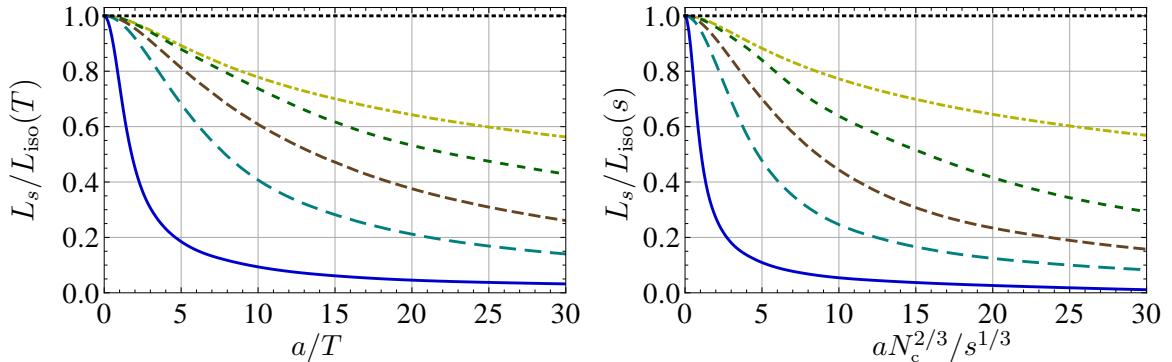


Figura 5.8: Comprimento de blindagem para um vento de plasma ao longo da direção  $z$  e um dipolo orientado ao longo da direção  $z$ , em cinco velocidades diferentes (de cima para baixo)  $v = 0.25, 0.5, 0.7, 0.9, 0.9995$ . O comprimento de blindagem é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é graficado na Fig. 5.6, e seu comportamento ultra-relativístico é dado na Eq. (5.73).

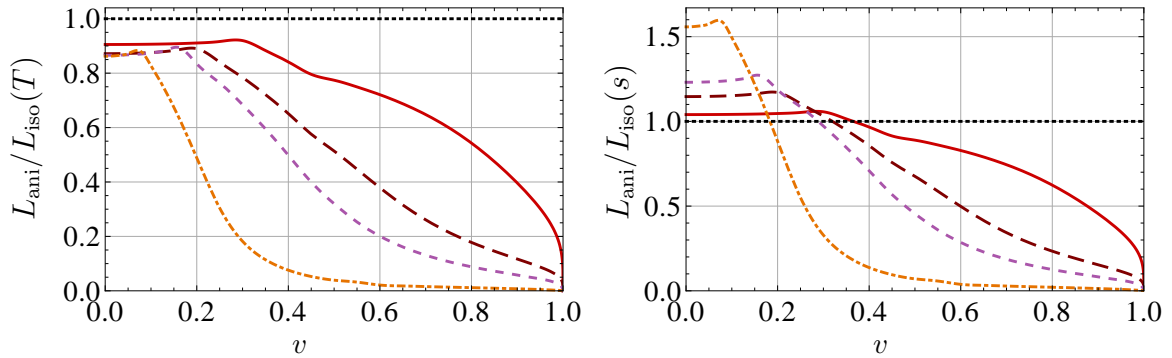


Figura 5.9: Comprimento de blindagem para um vento de plasma ao longo da direção  $z$  e um dipolo orientado ao longo da direção  $x$ , para quatro valores diferentes de anisotropia  $a/T = 12.2$  (vermelho, contínua),  $42.6$  (marrom, tracejado grosso),  $86$  (violeta, tracejado),  $744$  (laranja, pontilhado-tracejado). Os correspondentes valores em unidades de densidade de entropia são (na mesma ordem)  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 6.2, 19, 35, 242$ . O comprimento de blindagem é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é graficado na Fig. 5.6, e seu comportamento ultra-relativístico é dado na Eq. (5.73). Para  $v = 0$  as curvas concordam com os valores para  $\theta = \pi/2$  na Fig. 5.4. Conforme  $v \rightarrow 1$  elas vão a zero como  $(1 - v^2)^{1/4}$ , em concordância com (5.71)(linha mais acima) e (5.73).

**Vento ao longo  $x$  e dipolo ao longo de  $y$ .** Os resultados numéricos são mostrados nas Figs. 5.13 e 5.14. Nós vemos que as curvas na Fig. 5.13 começam em  $v = 0$  com o mesmo valor que no caso estático com  $\theta = \pi/2$  mostrado em Fig. 5.4, e que elas se aproximam de um valor finito, não-nulo, conforme  $v \rightarrow 1$ , em concordância com (5.71) (linha mais abaixo) e (5.73). O comportamento qualitativo é como no caso de movimento e orientação ao longo de  $x$ .

**Vento ao longo de  $x$  e dipolo ao longo de  $z$ .** Os resultados numéricos são mostrados nas Figs. 5.15 e 5.16. Nós vemos que as curvas na Fig. 5.15 começam em  $v = 0$  com o mesmo valor que o resultado estático para  $\theta = 0$  mostrado na Fig. 5.4, e

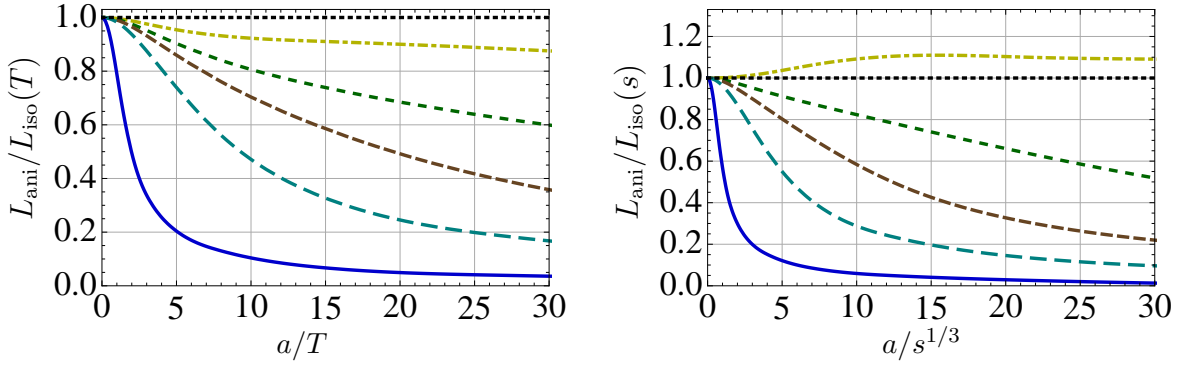


Figura 5.10: Comprimento de blindagem para um vento de plasma ao longo da direção  $z$  e um dipolo orientado ao longo da direção  $x$ , em cinco velocidades diferentes (de cima para baixo)  $v = 0.25, 0.5, 0.7, 0.9, 0.9995$ . O comprimento de blindagem é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é graficado na Fig. 5.6, e seu comportamento ultra-relativístico é dado na Eq. (5.73).

que elas se aproximam de um valor finito, não-nulo, conforme  $v \rightarrow 1$ , em concordância com (5.71) (linha mais abaixo) e (5.73). O comprimento de blindagem decresce com a anisotropia para qualquer velocidade desde que a temperatura seja mantida fixa. O mesmo é verdade em altas anisotropias se a densidade de entropia é for mantida fixa.

## 5.4 Temperatura de dissociação e anisotropia de dissociação

Nas seções anteriores nós nos concentramos em calcular o comprimento de blindagem de um plasma anisotrópico,  $L_s(T, a)$ , e em compará-lo ao seu correspondente isotrópico  $L_{\text{iso}} = L_s(T, 0)$ . O comprimento de blindagem caracteriza a dissociação de um par quark-antiquark para  $T$  e  $a$  fixos: um par separado por uma distância  $\ell < L_s$

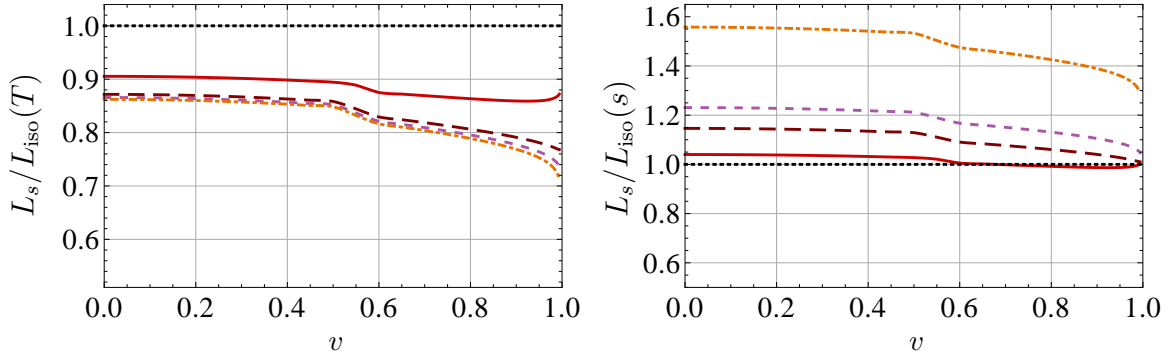


Figura 5.11: Comprimento de blindagem para um vento de plasma ao longo da direção  $x$  e um dipolo orientado ao longo da direção  $x$ , para quatro valores diferentes da anisotropia (de cima para baixo)  $a/T = 12.2, 42.6, 86, 744$ . Os correspondentes valores em unidades de densidade de entropia são (na mesma ordem)  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 6.2, 19, 35, 242$ . O comprimento de blindagem é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é graficado na Fig. 5.6, e seu comportamento ultra-relativístico é dado na Eq. (5.73). Em  $v = 0$  as curvas concordam com os valores para  $\theta = \pi/2$  na Fig. 5.4. Conforme  $v \rightarrow 1$  elas tendem a um valor finito, não-nulo, em concordância com (5.71)(linha mais abaixo) e (5.73).

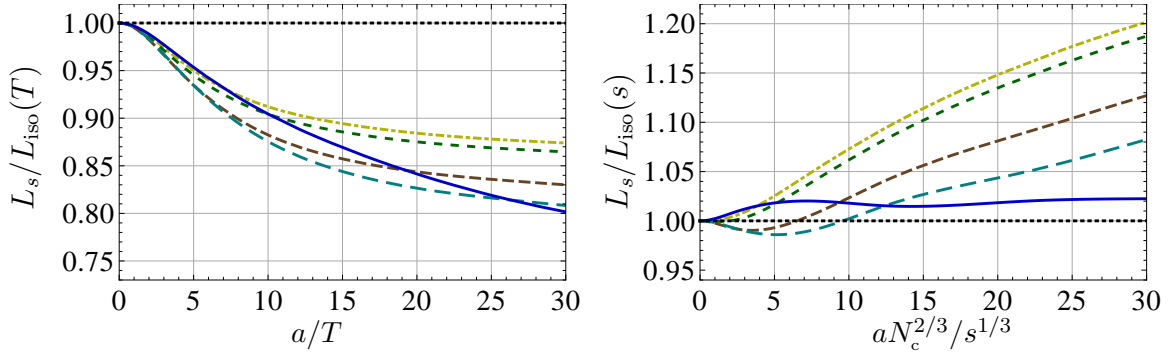


Figura 5.12: Comprimento de blindagem para um vento de plasma ao longo da direção  $x$  e um dipolo orientado ao longo da direção  $x$ , em cinco velocidades diferentes  $v = 0.25$  (amarelo, pontilhado-tracejado),  $0.5$  (verde, tracejado pequeno),  $0.7$  (marrom, tracejado médio),  $0.9$  (ciano, tracejado longo),  $0.9995$  (azul, contínuo). O comprimento de blindagem é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é graficado na Fig. 5.6, e seu comportamento ultra-relativístico é dado na Eq. (5.73).

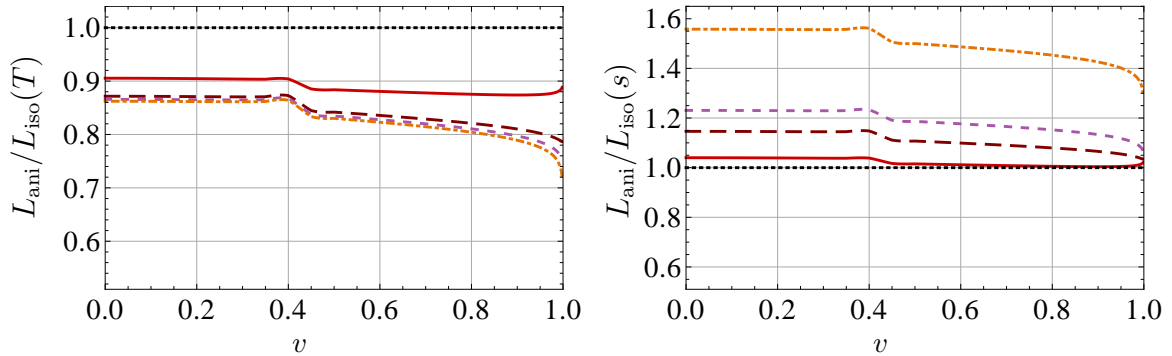


Figura 5.13: Comprimento de blindagem para um vento de plasma ao longo da direção  $x$  e um dipolo orientado ao longo da direção  $y$ , para quatro valores de anisotropia  $a/T = 12.2$  (vermelha, contínua),  $42.6$  (marrom, tracejado grosso),  $86$  (violeta, tracejado),  $744$  (laranja, pontilhado-tracejado). Os correspondentes valores de densidade de entropia são (na mesma ordem)  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 6.2, 19, 35, 242$ . O comprimento de blindagem é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é graficado na Fig. 5.6, e seu comportamento ultra-relativístico é dado na Eq. (5.73). Em  $v = 0$  as curvas concordam com os valores para  $\theta = \pi/2$  na Fig. 5.4. Conforme  $v \rightarrow 1$  elas se aproximam de um valor finito, não-nulo, em concordância com (5.71)(linha mais abaixo) e (5.73).

forma um estado ligado, mas se  $\ell$  crescer acima de  $L_s$  então o estado ligado se dissocia. Da mesma forma, pode-se definir uma temperatura de dissociação  $T_{\text{diss}}(a, \ell)$  que caracteriza a dissociação de um par quark-antiquark de tamanho  $\ell$  fixo num plasma com certo grau de anisotropia  $a$ : para  $T < T_{\text{diss}}$  o par forma um estado ligado, mas se  $T$  crescer acima de  $T_{\text{diss}}$  então o par se dissocia. Analogamente, pode-se definir uma anisotropia de dissociação,  $a_{\text{diss}}(T, \ell)$ , tal que um estado ligado se forma para  $a < a_{\text{diss}}$ , mas não se forma para  $a > a_{\text{diss}}$ . É útil pensar no espaço tridimensional parametrizado por  $(T, a, \ell)$  como dividido em duas regiões desconectadas por uma superfície bidimensional: em uma região o par quark-antiquark fica ligados, enquanto que na outra não fica. As funções  $L_s(T, a)$ ,  $T_{\text{diss}}(a, \ell)$  e  $a_{\text{diss}}(T, \ell)$  são portanto meras parametrizações da superfície divisora. É claro, portanto, que se o tripleto  $(T, a, \ell)$

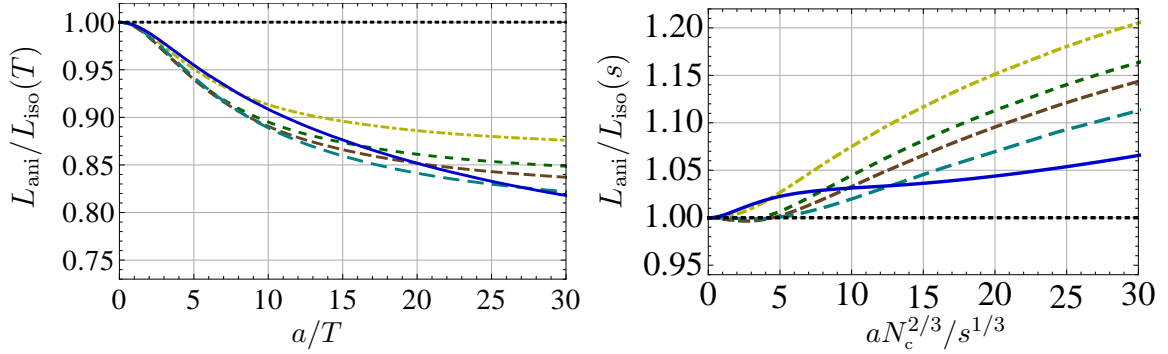


Figura 5.14: Comprimento de blindagem para um vento de plasma ao longo da direção  $x$  e um dipolo orientado ao longo da direção  $y$ , em cinco velocidades diferentes  $v = 0.25$  (amarelo, pontilhado-tracejado),  $0.5$  (verde, tracejado pequeno),  $0.7$  (marrom, tracejado médio),  $0.9$  (ciano, tracejado longo),  $0.9995$  (azul, contínuo). O comprimento de blindagem é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é graficado na Fig. 5.6, e seu comportamento ultra-relativístico é dado na Eq. (5.73).

estiver na superfície divisora, então

$$TL_s(a, T) = T_{\text{diss}}(a, \ell)\ell, \quad aL_s(T, a) = a_{\text{diss}}(T, \ell)\ell, \quad \text{etc.} \quad (5.74)$$

Nessa seção vamos nos concentrar na forma qualitativa de  $T_{\text{diss}}$  e  $a_{\text{diss}}$ . Como veremos, a maior parte da análise segue do comportamento assintótico do comprimento de blindagem para  $a \gg T$ . Isso significa que, no nível qualitativo, a maioria dos resultados que vamos obter também se aplicariam se nós substituíssemos a temperatura pela densidade de entropia como uma de nossas variáveis. A razão é que, em virtude de (2.12), o limite  $a \gg T$  corresponde ao limite  $a \gg s^{1/3}$  e vice versa. Além disso, nós veremos que para uma orientação genérica do dipolo e da velocidade, o limite de alta anisotropia é inteiramente controlado pelo comportamento da métrica na proximidade da fronteira em  $\mathcal{O}(u^2)$ , o qual depende unicamente de  $a$  e é completamente

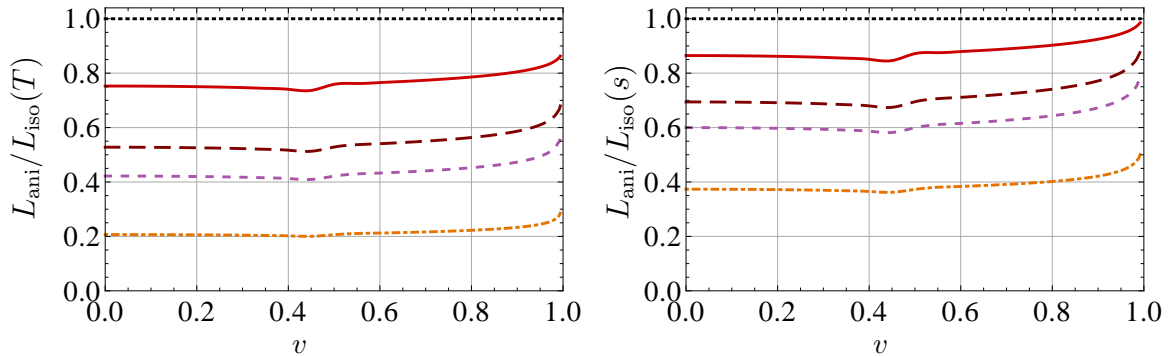


Figura 5.15: Comprimento de blindagem para um vento de plasma ao longo da direção  $x$  e um dipolo orientado ao longo da direção  $z$ , para quatro valores diferentes da anisotropia (de cima para baixo)  $a/T = 12.2, 42.6, 86, 744$ . Os correspondentes valores em unidades de densidade de entropia são (na mesma ordem)  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 6.2, 19, 35, 242$ . O comprimento de blindagem é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é graficado na Fig. 5.6, e seu comportamento ultra-relativístico é dado na Eq. (5.73). Em  $v = 0$  as curvas concordam com os valores para  $\theta = \pi/2$  na Fig. 5.4. Conforme  $v \rightarrow 1$  elas se aproximam de um valor finito, não-nulo, em concordância com (5.71)(linha mais abaixo) e (5.73).

insensível aos valores da temperatura e da densidade de entropia.

O ponto-chave na análise de  $a$  grande é a exigência de que nenhum ponto na corda pode se mover mais rápido do que a velocidade local da luz no volume. Considere um méson movendo-se com uma velocidade  $v$  que tem uma componente  $v_z$  não nula ao longo da direção  $z$ . Em seguida, nós vemos de (2.8) que a velocidade própria ao longo dessa direção de um ponto na corda localizado no valor  $u$  da coordenada radial é

$$v_{\text{proper}}(u) = v_z \sqrt{-\frac{g_{zz}(u)}{g_{tt}(u)}} = v_z \sqrt{\frac{\mathcal{H}(u)}{\mathcal{F}(u)\mathcal{B}(u)}}. \quad (5.75)$$

A função  $\mathcal{H}(u)$  cresce monotonicamente da fronteira até o horizonte, e faz isso de forma mais acentuada conforme  $a/T$  aumenta, como é ilustrado na Fig. 2.3. A combinação  $\mathcal{F}(u)\mathcal{B}(u)$  tem o comportamento oposto, o que é esperado dado que a gravi-

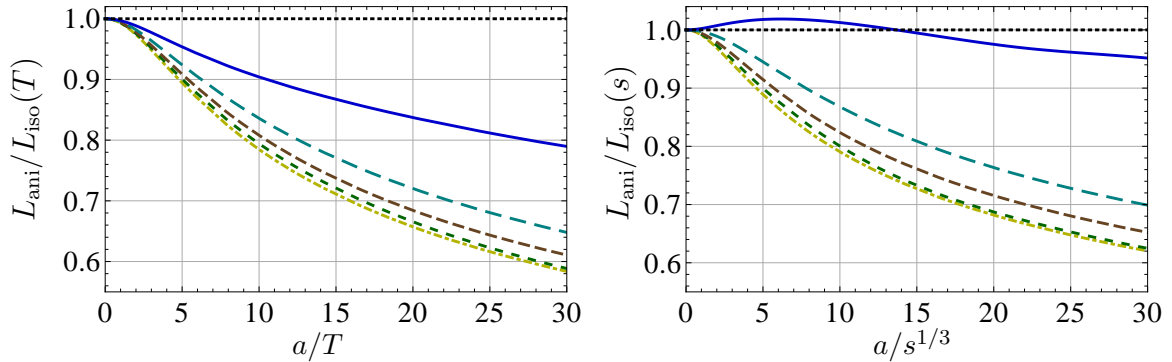


Figura 5.16: Comprimento de blindagem para um vento de plasma ao longo da direção  $x$  e um dipolo orientado ao longo da direção  $z$ , em cinco velocidades diferentes (de baixo para cima)  $v = 0.25, 0.5, 0.7, 0.9, 0.9995$ . O comprimento de blindagem é graficado em unidades apropriadas para facilitar a comparação com o resultado isotrópico para um plasma com mesma temperatura (esquerda), ou com mesma densidade de entropia (direita). O resultado isotrópico é graficado na Fig. 5.6, e seu comportamento ultra-relativístico é dado na Eq. (5.73).

dade é atrativa: ela decresce monotonicamente da fronteira até o horizonte. No caso isotrópico  $\mathcal{H} = 1$  e  $\mathcal{FB}$  decresce de forma mais acentuada conforme  $T$  aumenta. Este é, assim, o primeiro indício de que o aumento da anisotropia tem um efeito semelhante ao aumento da temperatura: ambos fazem  $v_{\text{proper}}(u)$  uma função que cresce de forma mais acentuada longe da fronteira. Nós ilustramos o efeito da anisotropia na Fig. 5.17, onde nós vemos que  $v_{\text{proper}}/v_z$  se torna uma função íngreme de  $u$  conforme  $a/T$  aumenta.

Segue que, para  $v_z \neq 0$  fixo, há um máximo valor de  $u_{\text{max}}$  além do qual  $v_{\text{proper}}$  se torna maior que a velocidade da luz, de forma que nenhuma solução da corda pode ir para a região na qual  $u > u_{\text{max}}$ . Conforme iremos confirmar numericamente, este limite superior sobre  $u_{\text{max}}$  se traduz num limite superior sobre  $L_s$ . Além disso,  $u_{\text{max}}$  decresce conforme  $a/T$  aumenta. Isso significa que para anisotropias suficientemente grandes nós podemos usar as expansões de proximidade da fronteira (2.14) para determinar

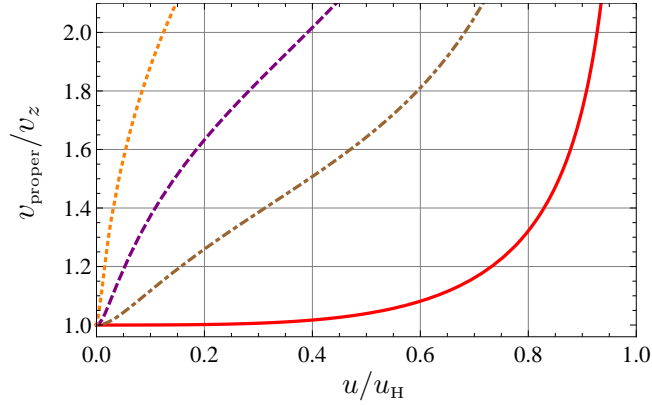


Figura 5.17: Velocidade própria na direção  $z$  na posição  $u$  em relação à fronteira, como definida em (5.75), para diferentes valores de  $a/T$ . Da direita para a esquerda,  $a/T = 1.38, 33, 86, 249$ .

$L_s$ , em analogia ao que fizemos no limite ultra-relativístico. Assim como naquele caso, para  $v_z \neq 0$ , a análise é controlada pelos termos de  $\mathcal{O}(u^2)$  em (2.14). O ponto-chave é que esses termos dependem de  $a$ , mas não de  $T$ , assim, por análise dimensional, segue que  $u_{\text{max}} \sim a^{-1}$  e  $L_s \sim a^{-1}$  no limite  $a/T \gg 1$ . Esse limite pode ser entendido como  $a \rightarrow \infty$  com  $T$  fixo, ou como  $T \rightarrow 0$  com  $a$  fixo. Nós então concluímos que, mesmo para  $T = 0$ , um méson genérico irá se dissociar para uma anisotropia  $a_{\text{diss}}$  suficientemente grande.

Mésons em repouso e mésons cuja velocidade está exatamente alinhada com o plano transversal constituem uma exceção ao argumento acima, visto que nesse caso  $v_z = 0$  e sua física é quase insensível à função  $\mathcal{H}(u)$  que caracteriza a direção anisotrópica. Portanto, neste caso, nós esperamos que  $u_{\text{max}}$  e  $L_s$  permaneçam finitos quando mandarmos  $a \rightarrow \infty$  com  $T$  fixo, e assim, que a análise dimensional implique que  $L_s \sim T^{-1}$ .

Em suma, o argumento heurístico acima sugere que, no limite  $a/T \gg 1$ , devemos ter

$$L_s(T, a) \sim \begin{cases} \text{const.} \times T^{-1} & \text{mésón estático ou movendo-se no plano transversal,} \\ \text{const.} \times a^{-1} & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5.76)$$

As constantes podem depender de todos os parâmetros adimensionais tais como as orientações da velocidade e do dipolo. Nós vamos nos referir a esse comportamento na segunda linha como ‘genérico’ e ao comportamento na primeira linha como ‘não-genérico’, uma vez que este último somente se aplica se a velocidade for exatamente zero ou se o movimento estiver exatamente alinhado com o plano transversal. É claro, o comportamento genérico é consistente com a análise da Sec. 5.3.2. De fato, nós vimos nessa seção que para o movimento fora do plano transversal o comportamento ultra-relativístico de  $L_s$  é inteiramente controlado pelos termos de  $\mathcal{O}(u^2)$  na métrica, que depende de  $a$ , mas não de  $T$ .

A Fig. 5.18 mostra nossos resultados para  $u_{\max}$ , em unidades de  $T^{-1}$  e  $a^{-1}$ , como função de  $a/T$ , para os cinco casos fisicamente distintos discutidos na Sec. 5.3.4. A partir da curva magenta contínua nas primeiras duas linhas, vemos que  $u_{\max}$  vai para zero para  $a/T$  grande nos casos de movimento ao longo de  $z$ , independentemente da orientação do dipolo. Em contraste, nós vemos que  $u_{\max}$  não vai a zero para um méson estático (curvas azuis tracejadas) ou para um méson movendo-se ao longo da direção  $x$  (curvas magentas contínuas nas últimas três linhas).

Recordando que o comprimento de blindagem isotrópico é da forma  $L_{\text{iso}} \propto 1/T$ , nós vemos que a quantidade graficada nos eixos verticais nas Figs. 5.3, 5.8, 5.10, 5.12,

5.14 e 5.16 é precisamente proporcional a  $TL_s(T, a)$ . No entanto, o comportamento assintótico (5.76) não é aparente nesses gráficos porque, na maioria dos casos, o eixo horizontal não se estende a valores suficientemente grandes de  $a/T$ . Por esta razão, ilustramos os dois possíveis comportamentos assintóticos de  $L_s$  na Fig. 5.19, onde estendemos os eixos horizontais para valores grandes de  $a/T$ . Vemos das curvas magenta contínuas nas duas primeiras linhas que  $L_s \sim 1/a$  para movimentos ao longo da direção  $z$ . Para movimentos no plano transversal, vemos das mesmas curvas nas últimas três linhas que  $L_s \sim 1/T$ . Essa relação de escala aproximada parece ser bem precisa para um dipolo orientado no plano transversal (terceira e quarta linhas), enquanto que para um dipolo orientado na direção  $z$  o produto  $TL_s$  parece reter uma ligeira (talvez logarítmica) dependência em  $a/T$  para  $a/T$  grande. Podemos tirar conclusões semelhantes das curvas azuis tracejadas na figura, que correspondem a mésons estáticos. Vemos que, para mésons orientados no plano transversal (segunda, terceira e quarta linha) a relação  $TL_s \sim \text{constante}$  tem bastante precisão, enquanto que para mésons na direção  $z$  (primeira e quinta linha) parece haver alguma dependência residual em  $a/T$  para  $a/T$  grande.

Combinando os gráficos nas colunas esquerda e direita da Fig. 5.19 nós podemos eliminar  $a/T$  e obter  $TL_s$  como uma função de  $aL_s$  e vice versa. Reexaminando (5.74) nós vemos que podemos interpretar o resultado no primeiro caso como  $T_{\text{diss}}(a, \ell) = \ell^{-1}f(a\ell)$ , enquanto que no segundo caso nos obtemos  $a_{\text{diss}}(T, \ell) = \ell^{-1}g(T\ell)$ . As funções  $f$  e  $g$  são as curvas mostradas na Fig. 5.20 (esquerda) e na Fig. 5.20 (direita), respectivamente. É claro, o gráfico à direita é a imagem espelhada ao longo de uma linha a 45 graus do gráfico à esquerda. Nós vemos na Fig. 5.20 (esquerda) que a temperatura de dissociação decresce monotonamente com o crescimento da anisotropia e se anula em  $a\ell \simeq 9.75$  (para a velocidade e orientação escolhidas). No gráfico da

direita isso corresponde à anisotropia de dissociação a temperatura zero. Conforme antecipado acima, mesmo a temperatura zero, um méson genérico de tamanho  $\ell$  vai se dissociar se a anisotropia ficar maior que  $a_{\text{diss}}(T = 0, \ell) \propto 1/\ell$ . A constante de proporcionalidade nessa relação é uma função decrescente da velocidade do méson no plasma. Isso implica que, para uma anisotropia fixa, existe uma velocidade limite  $v_{\text{lim}}$  acima da qual o méson irá se dissociar, mesmo a temperatura zero. A forma de  $v_{\text{lim}}(a\ell)$  para  $T = 0$  é graficada na Fig. 5.21.

A existência de uma velocidade limite para mésons é bem conhecida em um plasma isotrópico fortemente acoplado [86, 87], caso no qual a dissociação para  $v = v_{\text{lim}}$  é causada pela temperatura. O que vemos aqui é que, em nosso plasma anisotrópico, esse comportamento persiste conforme  $T \rightarrow 0$  para um movimento genérico. Neste limite é a anisotropia que é responsável pela dissociação. No caso de movimentos ultra-relativísticos a relação entre  $a_{\text{diss}}$  ou  $T_{\text{diss}}$  e  $v_{\text{lim}}$  pode ser obtida combinando as Eqs. (5.71) e (5.76). Para movimentos genéricos, essa relação fornece

$$a_{\text{diss}}(T, \ell) \sim \frac{1}{\ell}(1 - v_{\text{lim}}^2)^{1/2}, \quad [a \gg T, v_{\text{lim}} \lesssim 1], \quad (5.77)$$

enquanto que, para movimentos no plano transversal, obtemos

$$T_{\text{diss}}(a, \ell) \sim \frac{1}{\ell}(1 - v_{\text{lim}}^2)^{1/4}, \quad [a \gg T, v_{\text{lim}} \lesssim 1]. \quad (5.78)$$

A Eq. (5.78) concorda com o resultado isotrópico [28, 27] e ilustra o fato que, para movimentos no plano transversal, a velocidade limite em nosso plasma anisotrópico se aproxima da unidade conforme  $T \rightarrow 0$ . Esse comportamento é igual para um méson em repouso, como ilustrado na Fig. 5.20, onde nós vemos que um méson suficien-

temente pequeno irá permanecer num estado ligado no plasma para qualquer valor da anisotropia desde que o plasma seja frio o suficiente. De fato, a forma da temperatura de dissociação para todas anisotropias e velocidades no plano transversal é qualitativamente análoga a do caso isotrópico, como mostrado na Fig. 5.22. A sobreposição aproximada dessas curvas é um sinal de que a dependência da temperatura de dissociação em  $v$  e  $a\ell$  pode ser (aproximadamente) fatorada sobre todo o intervalo  $0 \leq v \leq 1$ .

Em contraste, para movimento genéricos nós vimos acima que a velocidade limite é menor que a velocidade da luz mesmo quando  $T = 0$ ,  $v_{\text{lim}}(T = 0, a\ell) < 1$ . O aumento da temperatura simplesmente reduz o valor da velocidade limite,  $v_{\text{lim}}(T\ell, a\ell) < v_{\text{lim}}(T = 0, a\ell)$ . Invertendo essas afirmações, nós vemos que, para a anisotropia fixa, a temperatura de dissociação é uma função decrescente da velocidade que vai a zero quando  $v = v_{\text{lim}}(T = 0, a\ell)$ . Isso é ilustrado na Fig. 5.23, onde vemos que  $v_{\text{lim}}(T = 0, a\ell)$  decresce conforme a anisotropia aumenta, com concordância com a Fig. 5.21. Para facilitar a comparação com os resultados isotrópicos de [28, 27, 85], na Fig. 5.23 nós escolhemos normalizar a temperatura de dissociação pelo seu valor para  $v = 0$  ao invés de normalizá-la pelo tamanho do dipolo  $\ell$ . Nossos resultados numéricos sugerem que, conforme  $v$  se aproxima de  $v_{\text{lim}}$  a temperatura de dissociação pode ir à zero como

$$\frac{T_{\text{diss}}(v, a\ell)}{T_{\text{diss}}(0, a\ell)} \sim (v_{\text{lim}}^2 - v^2)^\varepsilon. \quad (5.79)$$

Nesta equação  $v_{\text{lim}} = v_{\text{lim}}(T = 0, a\ell)$  e  $\varepsilon = \varepsilon(a\ell) > 0$  é um expoente dependente da anisotropia. Infelizmente, o limite  $v \rightarrow v_{\text{lim}}$  é difícil de analisar numericamente, de forma que nossos resultados não são precisos o suficiente para nos permitir estabelecer (5.79) inequivocamente. Para enfatizar este ponto, na Fig. 5.23 nós graficamos como

descontínuas a parte das curvas entre os últimos dois pontos de dados. O último ponto está no eixo horizontal em  $(v, T) = (v_{\text{lim}}, 0)$ , e o penúltimo ponto a certa altura em  $(v \lesssim v_{\text{lim}}, T > 0)$ . Como este último pedaço das curvas é uma interpolação entre esses dois pontos de dados, é difícil estabelecer se as inclinações das curvas divergem conforme elas chegam ao eixo horizontal, como seria implicado pela Eq. (5.79). Presumivelmente, esse comportamento pode ser verificado como verdadeiro ou falso pela inclusão da primeira correção em  $T/a$  na segunda linha da Eq. (5.76).

## 5.5 Discussão

O comprimento de blindagem de um méson quarkonium em movimento num plasma anisotrópico depende da orientação relativa entre a direção anisotrópica, a direção do movimento do méson e sua orientação. Essa dependência pode ser parametrizada por três ângulos  $(\theta_v, \theta, \varphi)$ , como mostrado na Fig. 5.5. Nós determinamos o comprimento de blindagem para os parâmetros geométricos mais gerais e para qualquer anisotropia.

Como visto repetidamente, a anisotropia é induzida por um termo teta dependente da posição da teoria de gauge, ou equivalentemente por um axion dependente da posição no lado gravitacional. Pode-se pensar, portanto, o quão sensível as conclusões podem ser com relação à específica fonte de anisotropia. Com relação a isso é útil notar que o cálculo gravitacional envolve apenas o acoplamento da corda com a métrica de fundo. Isso significa que qualquer fonte de anisotropia que dê origem a uma métrica qualitativamente similar (e nenhum campo  $B$  de Neveu-Schwarz) irá fornecer resultados qualitativamente similares para o comprimento de blindagem independentemente da forma dos campos de supergravidade.

Um exemplo de uma conclusão bastante robusta é o comportamento ultra-relativístico<sup>3</sup> do comprimento de blindagem (5.71), que para movimentos não exatamente alinhados com o plano transversal é  $L_s \sim (1 - v^2)^{1/2}$ . O 1/2 no expoente contrasta com o 1/4 do resultado isotrópico [28, 27], e surge como consequência do fato de que na proximidade da fronteira a métrica (2.8) assume a forma esquemática

$$g_{\mu\nu} = \frac{L^2}{u^2} (\eta_{\mu\nu} + u^2 g_{\mu\nu}^{(2)} + u^4 g_{\mu\nu}^{(4)} + \dots) . \quad (5.80)$$

Conforme  $v$  fica mais próximo de 1 o ponto de máxima penetração da corda no volume,  $u_{\max}$ , fica cada vez mais próximo da fronteira do AdS em  $u = 0$ . Como consequência, a física nesse limite é unicamente controlada pelo comportamento da métrica na proximidade da fronteira. Para movimentos genéricos o comportamento é de fato governado somente pelos termos de  $\mathcal{O}(u^2)$ , e então um simples argumento de proporcionalidade conduz ao expoente de 1/2 acima. No caso isotrópico os termos de  $\mathcal{O}(u^2)$  não estão presentes e o mesmo argumento de proporcionalidade conduz ao expoente de 1/4.

De fato, um raciocínio similar nos permite determinar o limite de anisotropia grande. Visto que a componente da métrica  $g_{zz} \propto \mathcal{H}(u)$  cresce conforme se vai da fronteira até o horizonte, uma velocidade menor que a da luz na fronteira pode eventualmente se traduzir numa velocidade própria (5.75) maior que a da luz para valores suficientemente grandes de  $u$ .<sup>4</sup> Isso define um limite superior para a penetração máxima  $u_{\max}$  da corda no volume e, portanto, em  $L_s$ . Além disso,  $g_{zz}$  torna-se mais íngreme conforme  $a/T$  aumenta, assim, no limite  $a/T \gg 1$ , o ponto  $u_{\max}$  se

---

<sup>3</sup>Recordemos que nós primeiro mandamos a massa do quark para o infinito e depois  $v \rightarrow 1$ .

<sup>4</sup>Note que o fato conforme global  $1/u^2$  em (2.8) não tem nenhum papel nesse argumento, já que ele se cancela na razão (5.75).

aproxima da fronteira do AdS (a não ser que o movimento esteja alinhado com o plano transversal), assim como no limite ultra-relativístico. Neste limite a física é novamente controlada pelos termos de  $\mathcal{O}(u^2)$  na métrica, que depende de  $a$  mas não de  $T$ . Portanto, análise dimensional implica que  $L_s = \text{const.} \times a^{-1}$ , onde a ‘constante’ de proporcionalidade é uma função decrescente da velocidade. Isso nos leva a uma de nossas principais conclusões: mesmo no limite  $T \rightarrow 0$ , um méson genérico de tamanho  $\ell$  irá se dissociar a uma anisotropia suficientemente grande  $a_{\text{diss}} \sim \ell^{-1}$ . De forma semelhante, para  $a$  e  $T$  fixos, mesmo se  $T = 0$ , um méson genérico irá se dissociar se a sua velocidade exceder uma velocidade limite  $v_{\text{lim}}(a, T) < 1$ , como mostrado na Fig. 5.21 para  $T = 0$ . Conforme explicado na Sec. 5.4, as conclusões neste parágrafo permaneceriam inalteradas se nós trabalhássemos com densidade de entropia constante ao invés de trabalhar com temperatura constante, pois no limite  $a \gg s^{1/3}$  a física seria novamente controlada somente pelos termos de  $\mathcal{O}(u^2)$  na métrica.

A discussão acima torna claro que, no nível qualitativo, muito da física depende somente de alguns aspectos da solução: a presença do termo  $g_{\mu\nu}^{(2)}$  na expansão de proximidade da borda da métrica, o fato de a métrica (5.80) não ser invariante por *boosts* em ordem  $u^2$  (isto é,  $g_{\mu\nu}^{(2)}$  não ser proporcional à  $\eta_{\mu\nu}$ ), e o fato que  $g_{zz}$  cresce como função de  $u$  e de  $a/T$ .<sup>5</sup> A segunda condição é necessária porque, em caso contrário, a física de um méson em movimento seria equivalente à de um méson em repouso, e nós vimos que esta última é muito similar a de um méson num plasma isotrópico. A terceira condição garante que  $u_{\text{max}}$  se aproxime da fronteira conforme  $a/T$  aumenta. Note que adicionar temperatura a uma métrica, que em caso contrário seria invariante por *boosts*, apenas afetará  $g_{\mu\nu}^{(4)}$ , e assim isso não é suficiente para fazer  $g_{\mu\nu}^{(2)}$  não ser invariante por *boosts*. Essa conclusão é consistente com o fato que  $g_{\mu\nu}^{(2)}$  é

---

<sup>5</sup>Novamente, a menos de possíveis fatores conformes globais.

apenas uma função das fontes externas com as quais a teoria se acopla.

Do ponto de vista da teoria de gauge, pode-se ganhar alguma intuição heurística recordando-se que a anisotropia é induzida dissolvendo-se ao longo da direção  $z$  objetos que se estendem ao longo das direções  $xy$  [47, 32, 33]. A densidade numérica de tais objetos ao longo da direção  $z$ ,  $dn/dz$ , é proporcional à  $a$ . Do lado gravitacional esse objetos são D7-branas que envolvem a esfera em cinco dimensões na métrica (2.8), estendem-se ao longo das direções  $xy$ , e são homogeneamente distribuídas (*smeared*) na direção  $z$ . Aumentar  $a$  tem um grande efeito sobre a densidade de entropia por unidade de volume nas direções  $xyz$ , no sentido que  $s/T^3 \rightarrow \infty$  conforme  $a/T \rightarrow \infty$ , como mostrado na Fig. 2.4. Em contraste, a entropia por unidade de área nas direções  $xy$  sobre uma fatia de  $z$  constante,  $s^{2D}/T^2$ , se aproxima de uma constante no limite  $a/T \rightarrow \infty$ . Isso é ilustrado na Fig. 5.24, que é baseada em nossos cálculos numéricos, mas isso pode ser provado analiticamente seguindo-se o argumento na Sec. 2.5 da Ref. [47]. Em vista dessas diferenças, não é surpreendente que a anisotropia tem a maior influência na física de mésons movendo-se ao longo da direção  $z$ , e a menor influência na física de mésons movendo-se no plano transversal. Mésons em repouso também são mais sensíveis à anisotropia quando estendidos ao longo da direção  $z$  do que quando estão contidos no plano transversal. Presumivelmente, a intuição correta por trás dessa física é que mover-se contra as D7-branas é mais difícil que se mover-se ao longo delas.

Encerramos este capítulo com alguns comentários sobre os resultados (em casos de acoplamento fraco) existentes sobre a física da dissociação do quarkonium no QGP do mundo real. No caso isotrópico a dependência da velocidade do potencial de quarks pesados foi estudada usando métodos perturbativos e de teoria de campos efetiva, veja, por exemplo, [88, 89, 90, 91]. Essas análises incluem modificações às partes real

e imaginária do potencial, que estão relacionadas à blindagem e à largura térmica dos estados, respectivamente. Nessas análises, foi encontrado que a dissociação do méson com velocidade não-nula resulta de uma complexa associação entre as partes real e imaginária do potencial. No entanto, a tendência geral que parece emergir é que efeitos de blindagem crescem com a velocidade, enquanto que a largura dos estados decresce. O comportamento da parte real está, portanto, em acordo qualitativo com o limite isotrópico de nossos resultados. Contudo, a extração do comprimento de blindagem dessa análise não é imediata, devido ao fato de a parte real do potencial não ser aproximadamente como o potencial de Yukawa [90, 91], em contraste com o resultado holográfico. De qualquer forma, uma interessante consequência do domínio da parte real do potencial é que, para velocidades suficientemente altas, a dissociação é causada pela blindagem e não pelo *Landau damping* [90, 91]. Na metodologia holográfica, as larguras térmicas de nossos mésons presumivelmente podem ser calculadas com base em [92].

Até onde sabemos, não existe nenhum resultado para velocidades não nulas na presença de anisotropias, assim, neste caso nós vamos nos limitar a situações estáticas. Enfatizamos que a comparação entre esses resultados e os nossos deve ser feita com cautela, porque as fontes de anisotropia no QGP criado em colisões de íons pesados e no nosso sistema são diferentes. No QGP a anisotropia é dinâmica, no sentido de que é devida à distribuição inicial das partículas no espaço dos momentos, que evoluirá no tempo e, eventualmente, se tornará isotrópica. Em contraste, no nosso caso a anisotropia é devida a uma fonte externa que mantém o sistema em equilíbrio num estado anisotrópico que não evoluirá no tempo. Nós esperamos que, apesar disso, nosso sistema possa prover um bom modelo para processos cuja escala de tempo característica seja bem menor que a escala de tempo que controla a evolução do

QGP.

Uma conclusão geral das Refs. [93, 72, 94] é que, se a comparação entre o plasma anisotrópico e o seu correspondente isotrópico é feita a temperaturas iguais, então o comprimento de blindagem aumenta com a anisotropia. Este efeito ocorre para dipolos orientados ao longo e ortogonalmente à direção anisotrópica, mas é mais pronunciado para dipolos ao longo da direção anisotrópica. A dependência com a anisotropia nos resultados de acoplamento fraco é oposta ao que encontramos em nosso plasma fortemente acoplado. Em nosso caso o comprimento de blindagem no plasma anisotrópico é menor que o seu correspondente isotrópico se ambos os plasmas são tomados como tendo a mesma temperatura, como mostrado na Fig. 5.3 (esquerda). Nós também encontramos que o efeito é mais pronunciado para dipolos que se estendem ao longo da direção anisotrópica, como ilustrado na Fig. 5.4 (esquerda).

As Refs. [94, 95] argumentam que, se a comparação entre os plasmas anisotrópico e isotrópico for feita com densidades de entropia iguais, então a física da dissociação do quarkonium exibe pequena ou nenhuma sensibilidade ao valor da anisotropia. Novamente isto está em contraste com nossos resultados, já que, como mostrado na Fig. 5.3 (direita) e na Fig. 5.4 (direita), o comprimento de blindagem é tão sensível à anisotropia como na comparação a temperaturas iguais. A diferença no caso de entropias iguais é que o comprimento de blindagem pode crescer ou decrescer com a anisotropia, dependendo da orientação do dipolo.

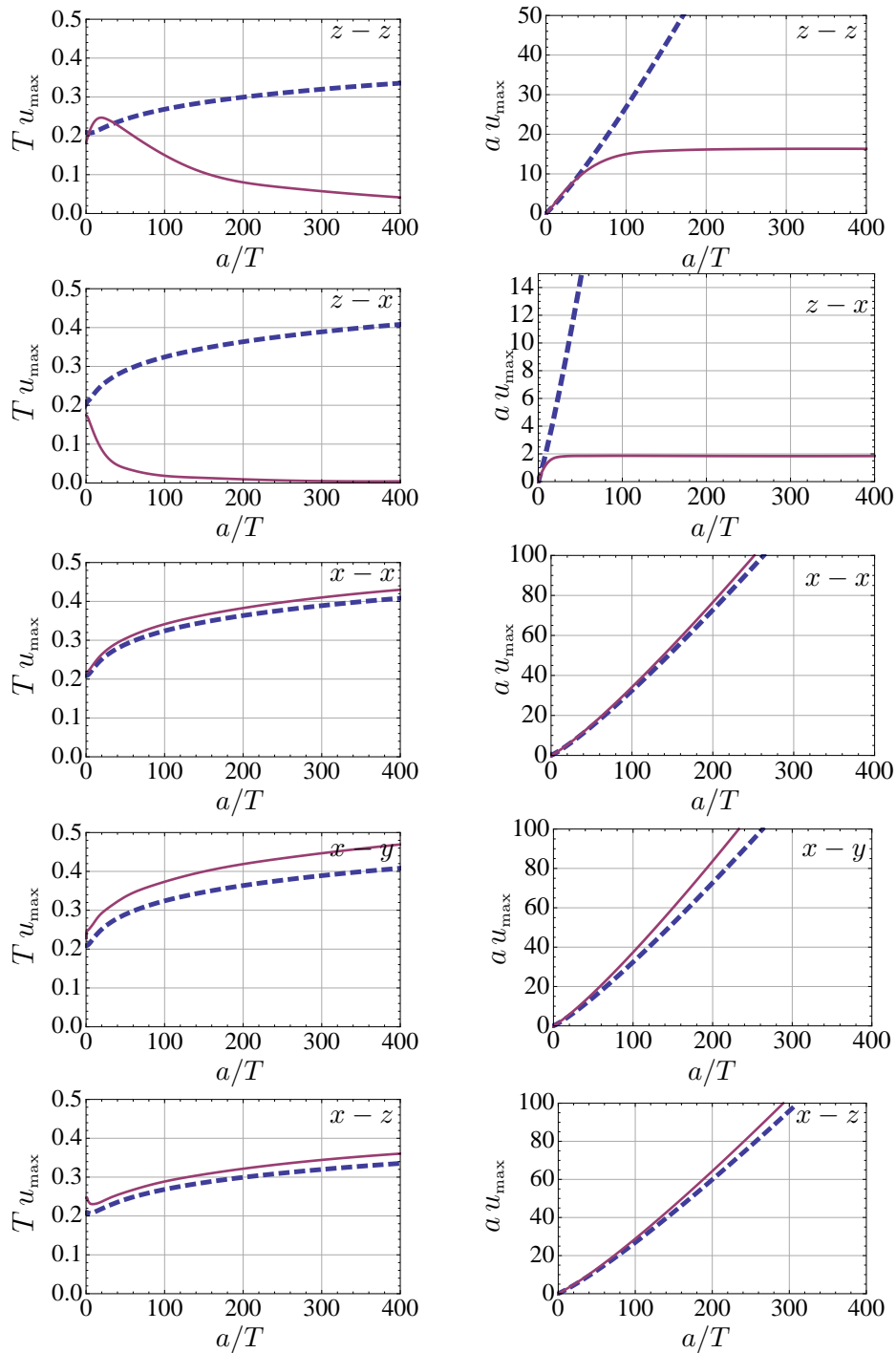


Figura 5.18: Valor de  $u_{\max}$  em unidades de  $1/T$  (esquerda) ou  $1/a$  (direita), como função da razão  $a/T$ , para um dipolo em repouso (curva azul, tracejada) e para um dipolo movendo-se com  $v = 0.45$  (curva magenta, contínua). A primeira letra no canto superior direito indica a direção do movimento, e a segunda indica a orientação do dipolo.

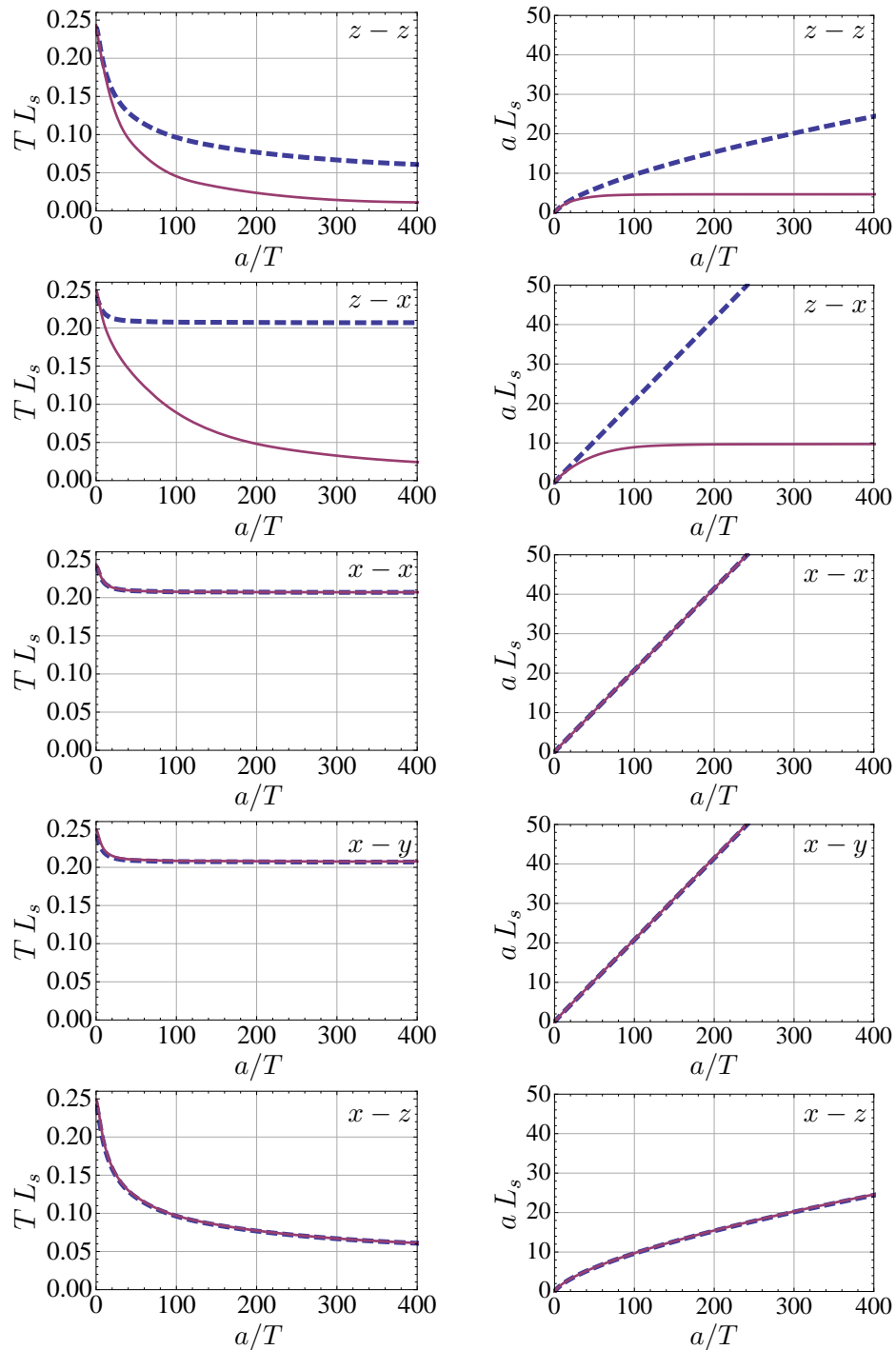


Figura 5.19: Comprimento de blindagem em unidades de  $1/T$  (esquerda) ou  $1/a$  (direita), como função da razão  $a/T$ , para um dipolo em repouso (curva azul tracejada) e para um dipolo movendo-se com  $v = 0.45$  (curva magenta contínua). A primeira letra no canto superior direito indica a direção do movimento, e a segunda indica a orientação do dipolo.

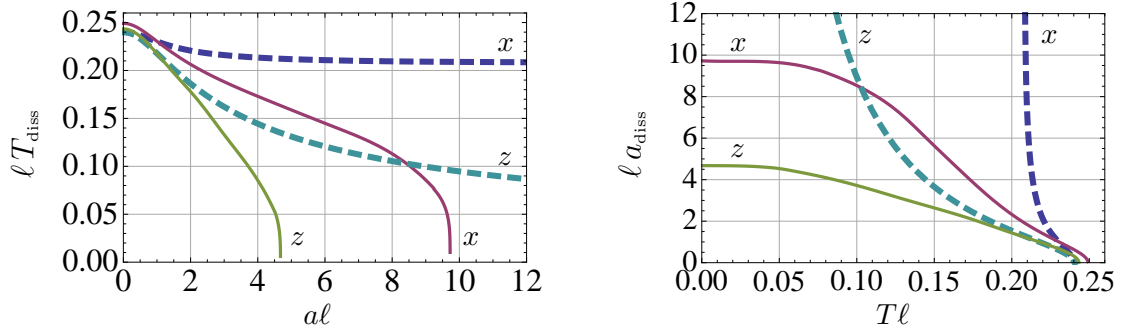


Figura 5.20: Temperatura de dissociação (esquerda)  $T_{\text{diss}}(a, \ell) = \ell^{-1}f(al)$  e anisotropia de dissociação (direita)  $a_{\text{diss}}(T, \ell) = \ell^{-1}g(T\ell)$  para um dipolo em repouso (curvas tracejadas) e para um dipolo movendo-se ao longo da direção  $z$  com  $v = 0.45$  (curvas contínuas). A orientação do dipolo é indicada pela letra próxima à curva.

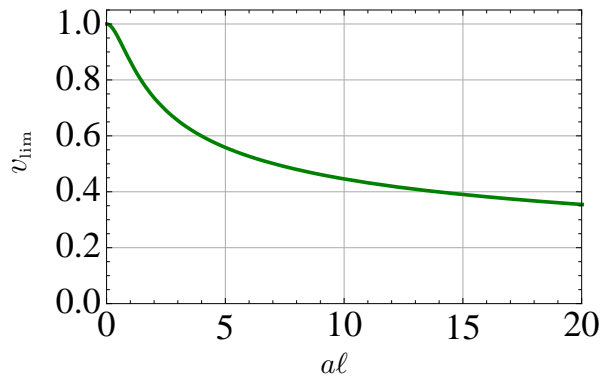


Figura 5.21: Velocidade limite, para anisotropia fixa e  $T = 0$ , acima da qual um méson orientado ao longo da direção  $x$  e movendo-se ao longo da direção  $z$  irá dissociar-se.

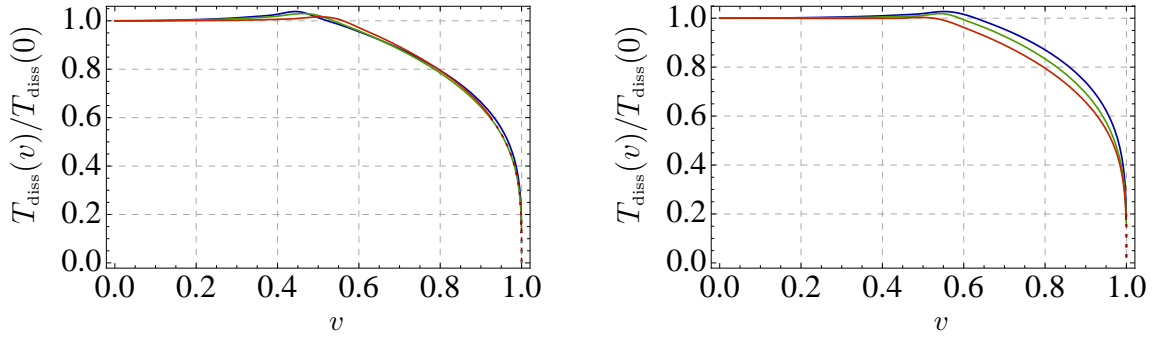


Figura 5.22: Temperatura de dissociação para um méson movendo-se ao longo da direção  $x$  e orientado ao longo da direção  $z$  (esquerda) ou ao longo da direção  $x$  (direita). Cada curva corresponde a um valor fixo do produto  $al = 0$  (curva azul), 1.4 (curva verde), 25 (curva vermelha).

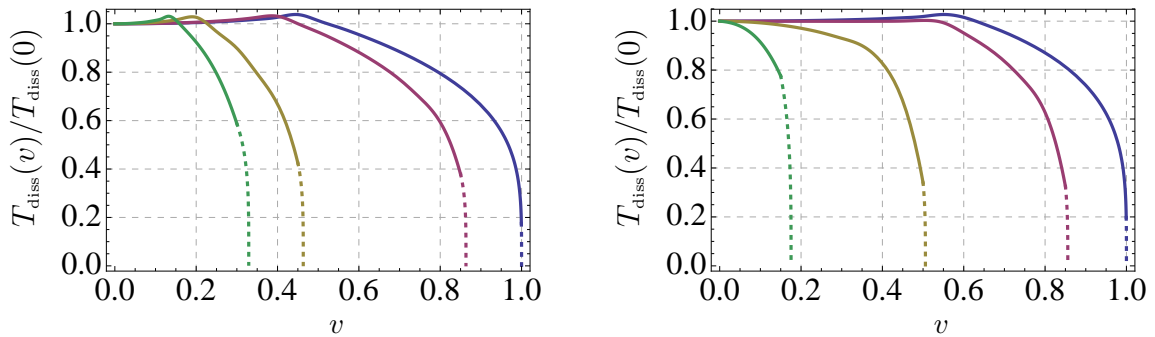


Figura 5.23: Temperatura de dissociação para um méson movendo-se ao longo da direção  $z$  e orientado ao longo da direção  $x$  (esquerda) ou ao longo da direção  $z$  (direita). Cada curva corresponde a um valor fixo do produto  $al$ . Da direita para a esquerda,  $al = 0, 1, 5.4, 25$ .

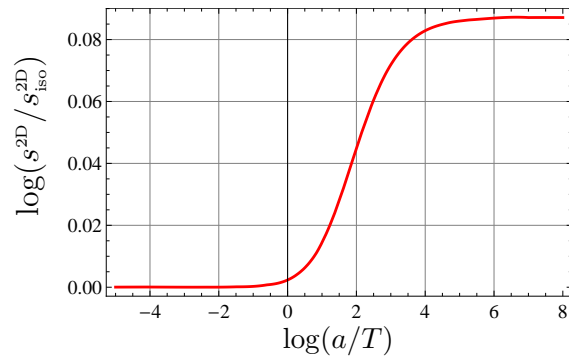


Figura 5.24: Gráfico log-log da densidade de entropia por unidade de área nas direções  $xy$  sobre uma fatia de  $z$  constante como função de  $a/T$ , normalizado com relação ao resultado isotrópico  $s_{\text{iso}}^{2D} = \frac{\pi}{2} N_c^2 T^2$ .

# Capítulo 6

## Produção de fótons térmicos

Assim como os fótons da radiação cósmica de fundo nos fornecem um retrato detalhado das condições do Universo logo após o Big Bang, os fótons produzidos em colisões de íons pesados proporcionam excelentes sondas do “Little Bang” testado no RHIC e LHC. A razão é que, tal como o Universo após a recombinação, o QGP criado nesses experimentos é óticamente transparente, tanto por causa de sua limitada extensão espacial como por conta de o acoplamento eletromagnético  $\alpha_{\text{EM}}$  ser pequeno. Fótons produzidos no interior desse meio escapam praticamente sem interagir, trazendo com eles valiosa informação sobre as condições do sistema no local de sua emissão [96, 97].

Embora seja possível calcular a taxa de produção de tais fótons num plasma com  $\alpha_s$  pequeno usando teoria de perturbação (veja, por exemplo, [98]), o QGP produzido no RHIC e no LHC aparentemente se comporta como fluido fortemente acoplado, como vimos acima, tornando assim uma abordagem perturbativa problemática e motivando a aplicação da correspondência gauge/gravidade para esse sistema.

O estudo da emissão de fótons num plasma fortemente acoplado com  $\mathcal{N} = 4$

usando holografia foi iniciado em [99], onde fótons acoplados a quarks sem massa na representação adjunta foram estudados, e continuado em [100] e [101], onde quarks na representação fundamental com e sem massa eram as partículas carregadas eletricamente. A produção de fótons num modelo AdS/QCD ‘*soft wall*’ foi tratada em [102, 103] e num fundo contendo um buraco negro carregado em [104]. Correções da teoria de cordas aos resultados de supergravidade para a condutividade elétrica e para a densidade espectral foram estudadas em [105, 106, 107].

A geometria usadas nesses trabalhos era espacialmente isotrópica nas direções da teoria de gauge e, portanto, dual a um plasma rotacionalmente invariante. Uma primeira análise das assinaturas eletromagnéticas em um plasma anisotrópico fortemente acoplado foram realizadas em [108], onde a geometria de [82] foi usada como dual. Uma característica indesejável deste modelo é a presença de uma singularidade nua, que, no entanto, permitiu a imposição de condições de contorno *infalling* e a definição de funções de correlação retardadas.

Nesse capítulo nós estudamos a taxa de produção térmica de fótons em nosso plasma anisotrópico por meio do dual gravitacional [32, 33], que, como vimos, não sofre de qualquer patologia. A teoria considerada até agora tem campos de matéria na representação adjunta do grupo de gauge, mas nós vamos introduzir  $N_f$  sabores de escalares  $\Phi^a$  e férmions  $\Psi^a$  na representação fundamental, com o índice  $a$  assumindo valores entre 1 e  $N_f$ . Por abuso de linguagem, nós vamos nos referir a estes campos na representação fundamental indistintamente como ‘quarks’.

## 6.1 Produção de fótons num plasma anisotrópico

Para estudar a produção de fótons nós introduzimos um fóton dinâmico incluindo um termo cinético  $U(1)$  na ação (2.1) e um acoplamento com os campos que queremos que sejam carregados com relação à essa simetria abeliana. Para criar uma situação mais próxima o possível da QCD, exigimos que somente os campos na representação fundamental sejam carregados, enquanto que os campos adjuntos permanecem neutros. A ação da teoria  $SU(N_c) \times U(1)$  resultante é então

$$S = S_{SU(N_c)} - \frac{1}{4} \int d^4x (F_{\mu\nu}^2 - 4e A^\mu J_\mu^{\text{EM}}), \quad (6.1)$$

onde  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  é o tensor de campos  $U(1)$ ,  $e$  é o acoplamento eletromagnético, e a corrente eletromagnética é dada por

$$J_\mu^{\text{EM}} = \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi + \frac{i}{2} \Phi^* (\mathcal{D}_\mu \Phi) - \frac{i}{2} (\mathcal{D}_\mu \Phi)^* \Phi, \quad (6.2)$$

com uma soma implícita nos índices de sabor. Os campos na representação fundamental são diferenciados usando a conexão  $SU(N_c) \times U(1)$  completa, isto é,  $\mathcal{D}_\mu = D_\mu - ieA_\mu$ , enquanto que a derivada covariante  $SU(N_c)$ , a saber,  $D_\mu$ , age apenas na matéria adjunta.

Nós não sabemos o dual gravitacional da teoria  $SU(N_c) \times U(1)$  completa, mas felizmente isso não será necessário para nossos propósitos. De fato, foi mostrado em [99] que, para calcular a função de correlação de dois pontos da corrente eletromagnética (6.2) até a ordem mais importante no acoplamento eletromagnética  $\alpha_{\text{EM}}$ , é suficiente considerar somente a teoria  $SU(N_c)$ , cujo correspondente dual é conhecido de [32, 33]. Nossos cálculos serão, portanto, até primeira ordem em  $\alpha_{\text{EM}}$ , visto que o

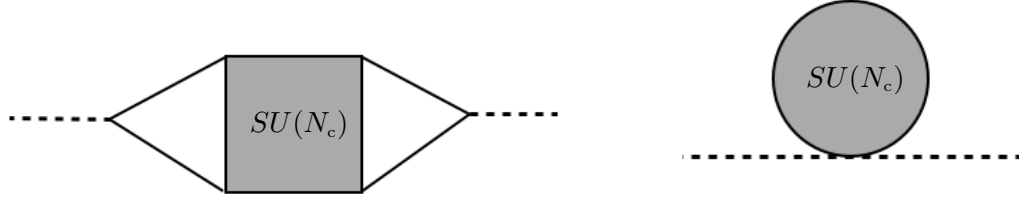


Figura 6.1: Diagramas que contribuem para a função de dois pontos da corrente eletromagnética até primeira ordem no acoplamento eletromagnético  $\alpha_{\text{EM}}$ . As linhas externas pontilhadas correspondem a fótons com momento  $k$ , enquanto que as regiões sombreadas representam a soma de todos os diagramas da teoria  $SU(N_c)$  para todas as ordens em  $\lambda$ .

acoplamento dos fótons com o meio circundante é pequeno, mas serão completamente não perturbativos no acoplamento  $\lambda$  de 't Hooft da teoria  $SU(N_c)$ . Isso é retratado diagramaticamente na Fig 6.1, onde as regiões sombreadas representam a soma dos diagramas de todas as ordens da teoria  $SU(N_c)$ , enquanto que as pernas externas representam os fótons da teoria  $U(1)$ .

Em geral, a produção de fótons na forma diferencial é dada pela expressão [109, 99, 101]

$$\frac{d\Gamma}{d\vec{k}} = \frac{e^2}{(2\pi)^3 2|\vec{k}|} \Phi(k) \sum_{s=1,2} \epsilon_{(s)}^\mu(\vec{k}) \epsilon_{(s)}^\nu(\vec{k}) \chi_{\mu\nu}(k) \Big|_{k^0=|\vec{k}|}, \quad (6.3)$$

onde  $k^\mu = (k^0, \vec{k})$  é o momento do fóton (quadrivetor do tipo luz) e  $\Phi(k)$  é a função de distribuição que, no equilíbrio térmico, como no nosso caso, se reduz à distribuição de Bose-Einstein  $n_B(k^0) = 1/(e^{k^0/T} - 1)$ . A densidade espectral é  $\chi_{\mu\nu}(k) = -2 \text{Im } G_{\mu\nu}^{\text{R}}(k)$ , com

$$G_{\mu\nu}^{\text{R}}(k) = -i \int d^4x e^{-ik \cdot x} \Theta(t) \langle [J_\mu^{\text{EM}}(x), J_\nu^{\text{EM}}(0)] \rangle \quad (6.4)$$

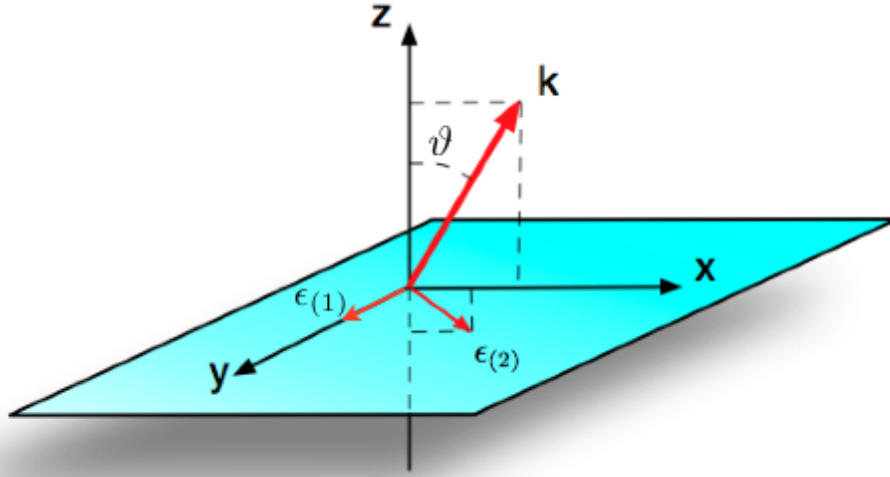


Figura 6.2: Momento do fóton e vetores de polarização. Por conta da simetria rotacional no plano  $xy$ , o momento do fóton pode ser escolhido de forma que esteja contido no plano  $xz$ , formando um ângulo  $\vartheta$  com a direção  $z$ .  $\vec{\epsilon}_{(1)}$  é orientado ao longo da direção  $y$  e  $\vec{\epsilon}_{(2)}$  está contido no plano  $xz$  ortogonalmente a  $\vec{k}$ .

a função de correlação retardada das duas correntes eletromagnéticas  $J_{\mu}^{\text{EM}}$ .

Cada termo da soma em (6.3) representa o número de fótons emitidos com vetor de polarização  $\vec{\epsilon}_{(s)}$ . Os dois vetores de polarização são mutuamente ortogonais e ortogonais a  $\vec{k}$ . Tendo em vista a simetria  $SO(2)$  no plano  $xy$ , nós podemos supor, sem perda de generalidade, que  $\vec{k}$  se encontra no plano  $xz$ , formando um ângulo  $\vartheta$  com a direção  $z$  — veja a Fig. 6.2. Especificamente, nós definimos

$$\vec{k} = k_0(\sin \vartheta, 0, \cos \vartheta). \quad (6.5)$$

Isso significa que nós podemos escolher os vetores de polarização como

$$\vec{\epsilon}_{(1)} = (0, 1, 0), \quad \vec{\epsilon}_{(2)} = (\cos \vartheta, 0, -\sin \vartheta). \quad (6.6)$$

A produção de fótons com polarização  $\vec{\epsilon}_{(1)}$  é, portanto, proporcional a  $\chi_{yy} \sim \text{Im} \langle J_y^{\text{EM}} J_y^{\text{EM}} \rangle$ , enquanto que a produção com polarização  $\vec{\epsilon}_{(2)}$  é proporcional a<sup>1</sup>

$$\epsilon_{(2)}^\mu \epsilon_{(2)}^\nu \chi_{\mu\nu} = \cos^2 \vartheta \chi_{xx} + \sin^2 \vartheta \chi_{zz} - 2 \cos \vartheta \sin \vartheta \chi_{xz}. \quad (6.7)$$

A partir dessa expressão nós vemos que precisamos calcular as três funções de correlação

$$G_{xx}^{\text{R}} \sim \langle J_x^{\text{EM}} J_x^{\text{EM}} \rangle, \quad G_{zz}^{\text{R}} \sim \langle J_z^{\text{EM}} J_z^{\text{EM}} \rangle, \quad G_{xz}^{\text{R}} \sim \langle J_x^{\text{EM}} J_z^{\text{EM}} \rangle \quad (6.8)$$

e então somá-las de acordo com (6.7). Na próxima seção veremos como essas funções de correlação podem ser obtidas da gravidade.

### 6.1.1 Branas de sabor

A introdução de  $N_f$  sabores de quarks sem massa é feita colocando  $N_f$  D7-branas de prova no fundo (2.8). Dado que os quarks não têm massa, qualquer temperatura diferente de zero no fundo implicará que os quarks estão numa fase desconfiada (a ‘imersão de buraco-negro’ [110]) e também que a métrica induzidas sobre as D7-branas será a métrica (2.8) com uma esfera em três dimensões ao invés de uma esfera em cinco dimensões. O sistema completo pode ser pensado com um sistema D3/D7 com dois tipos de D7-branas, um tipo fornecendo a anisotropia [33, 47]<sup>2</sup> e o outro tipo

<sup>1</sup>Note que  $\chi_{xz} = \chi_{zx}$ ; veja por exemplo [99].

<sup>2</sup>Essas branas são homogeneamente espalhadas ao longo da direção  $z$  e podem ser pensadas como responsáveis por dar origem a uma densidade  $n_{\text{D7}} = N_{\text{D7}}/L_z$  de cargas estendidas. Essa densidade de carga está relacionada com o parâmetro de anisotropia  $a$  através da relação  $a = g_{\text{YM}}^2 n_{\text{D7}}/4\pi$  [33].

fornecendo sabor [48, 49]:

		$t$	$x$	$y$	$z$	$u$	$\psi$	$\varphi$	$\Omega_3$
$N_c$	D3	×	×	×	×				
$N_{D7}$	D7	×	×	×			×	×	×
$N_f$	D7	×	×	×	×	×			×

(6.9)

Ao longo de nossos cálculos, o valor de  $N_{D7}$  (e conseqüentemente de  $a$ , veja a nota de rodapé 2) pode ser arbitrário, mas nós vamos assumir que  $N_f \ll N_c$ . Conforme discutido em [33], a *backreaction* completa das D7-branas ‘anisotrópicas’ já está incluída na geometria (2.8), através da presença do campo do axion  $\chi$ . No que segue, quando falarmos em D7-branas nós vamos estar nos referindo exclusivamente às D7-branas de sabor, que são objetos de prova no fundo fixo (2.8).

Como argumentado em [99], para estudar a emissão de fótons até a ordem dominante em  $e$  é suficiente calcular as funções de correlação necessárias (6.3) na teoria de gauge  $SU(N_c)$  sem fótons dinâmicos. Quando o acoplamento de 't Hooft e  $N_c$  são grandes, essas funções de correlação podem ser calculados holograficamente. De fato, simetrias globais da teoria de gauge estão numa correspondência um a um com as simetrias de gauge do lado gravitacional, e cada corrente conservada na teoria de gauge é dual a um campo de gauge no lado gravitacional.

Seja  $A_m$  ( $m = 0, \dots, 7$ ) o campo de gauge associado à simetria de gauge total  $U(1) \subset U(N_f)$  nas D7-branas. Sob redução dimensional da esfera em três dimensões embrulhada pelas D7-branas,  $A_m$  dá origem a um campo de gauge sem massa ( $A_\mu, A_u$ ), três escalares sem massa, e a uma torre de modos Kaluza-Klein (KK) massivos. Todos esses campos se propagam nas cinco dimensões não compactificadas das

D7-branas. Nós vamos trabalhar no gauge  $A_u = 0$ ,<sup>3</sup> e vamos consistentemente tomar os escalares e os modos KK mais altos como nulos, pois ele não são de interesse aqui. O campo de gauge  $A_\mu$  é o dual desejado da corrente eletromagnética conservada  $J_\mu^{\text{EM}}$  da teoria de gauge. De acordo com a prescrição de [2, 3], funções de correlação de  $J_\mu^{\text{EM}}$  podem ser calculadas variando-se a função de partição da corda com relação ao valor de  $A_\mu$  na borda do espaço-tempo (2.8).

Passamos agora à determinação da ação das D7-branas. É fácil de perceber que não há acoplamento de Wess-Zumino com a  $F_5$  de fundo, por causa da particular orientação das branas que foi escolhida. A priori, pode haver um acoplamento com o axion de fundo

$$\int_{\text{D7}} \chi e^{2\pi\ell_s^2 F}, \quad (6.10)$$

mas ele seria de ordem quártica no tensor de campos  $F = dA$  da teoria  $U(1)$  e, portanto, irrelevante no cálculo presente, onde apenas são necessárias funções de dois pontos.

Isso significa que a ação de Dirac-Born-Infeld (DBI) é tudo o que precisamos considerar:

$$S = -N_f T_{\text{D7}} \int_{\text{D7}} d^8\sigma e^{-\phi} \sqrt{-\det(g + 2\pi\ell_s^2 F)}, \quad (6.11)$$

onde  $g$  é o determinante da métrica induzida nas D7-branas e  $T_{\text{D7}} = 1/(2\pi\ell_s)^7 g_s \ell_s$  é a tensão da D7-brana. Para obter as equações do movimento para  $A_\mu$ , é suficiente

---

<sup>3</sup>Essa escolha de gauge será irrelevante, pois no que segue nós vamos trabalhar com quantidades invariantes de gauge, mas ela tem a vantagem de simplificar nossas fórmulas.

expandir a ação acima e usar somente a parte quadrática

$$S = -N_f T_{D7} \int_{D7} d^8 \sigma e^{-\phi} \sqrt{-\det g} \frac{(2\pi \ell_s^2)^2}{4} F^2, \quad (6.12)$$

onde  $F^2 = F_{mn} F^{mn}$ . A imersão das branas dentro da  $S^5$  (esfera em cinco dimensões) da geometria pode ser parametrizada pelo ângulo  $\cos \psi \equiv \xi(u)$  e a métrica induzida sobre as branas é dada por

$$ds_{D7}^2 = \frac{1}{u^2} (-\mathcal{F}\mathcal{B} dt^2 + dx^2 + dy^2 + \mathcal{H} dz^2) + \frac{1 - \xi^2 + u^2 \mathcal{F} e^{\frac{1}{2}\xi} \xi'^2}{u^2 \mathcal{F} (1 - \xi^2)} du^2 + e^{\frac{1}{2}\phi} (1 - \xi^2) d\Omega_3^2. \quad (6.13)$$

O caso de quarks sem massa corresponde à imersão equatorial das D7-branas, ou seja, à  $\xi = 0$ . Depois da redução dimensional na  $S^3$  (esfera em três dimensões), a ação se reduz a

$$S = -K_{D7} \int dt d\vec{x} du \frac{e^{-\frac{3}{4}\phi} \sqrt{\mathcal{B}}}{u^5} F^2, \quad (6.14)$$

onde

$$K_{D7} = 2\pi^4 N_f T_{D7} \ell_s^4 = \frac{1}{16\pi^2} N_c N_f, \quad (6.15)$$

e  $F_m$  é restrito às componentes  $m = (\mu, u)$ .

Conforme argumentado em [110, 101], para calcular a taxa de emissão de fótons, nós podemos consistentemente assumir que a imersão equatorial das D7-branas esteja fixa na ausência do campo de gauge, e então determinar o campo de gauge nessa imersão. Nenhum dos modos da métrica ou dos campos de fundo serão excitados. Conforme mencionado acima, nós colocamos como zero as componente do campo de gauge na  $S^3$  embrulhada pelas D7-branas e fizemos a decomposição de Fourier do

restante como

$$A_\mu(t, \vec{x}, u) = \int \frac{dk^0 d\vec{k}}{(2\pi)^4} e^{-ik^0 t + i\vec{k} \cdot \vec{x}} A_\mu(k^0, \vec{k}, u), \quad \vec{k} = k_0(\sin \vartheta, 0, \cos \vartheta). \quad (6.16)$$

Isso é possível porque o estado que consideramos, apesar de isotrópico, é invariante por translações ao longo das direções da teoria de gauge [33]. Fazendo assim, as equações para os campos de gauge derivadas de (6.14) se dividem em uma equação desacoplada para  $A_y$  (linhas denotam derivadas com relação à  $u$ )

$$(Mg^{uu}g^{yy}A'_y)' - Mg^{yy}(g^{tt}k_0^2 + g^{xx}k_x^2 + g^{zz}k_z^2)A_y = 0, \quad (6.17)$$

junto com um sistema de três equações acopladas para as componentes restantes  $A_{t,x,z}$

$$(Mg^{uu}g^{tt}A'_t)' - Mg^{tt}[g^{xx}k_x(k_x A_t - k_0 A_x) + g^{zz}k_z(k_z A_t - k_0 A_z)] = 0, \quad (6.18)$$

$$(Mg^{uu}g^{xx}A'_x)' - Mg^{xx}[g^{tt}k_0(k_0 A_x - k_x A_t) + g^{zz}k_z(k_z A_x - k_x A_z)] = 0, \quad (6.19)$$

$$(Mg^{uu}g^{zz}A'_z)' - Mg^{zz}[g^{tt}k_0(k_0 A_z - k_z A_t) + g^{xx}k_x(k_x A_z - k_z A_x)] = 0. \quad (6.20)$$

A métrica inversa pode ser lida de (2.8) e  $M$  é o fator que aparece na ação (6.14)

$$M \equiv \frac{e^{-\frac{3}{4}\phi}\sqrt{\mathcal{B}}}{u^5}. \quad (6.21)$$

As equações (6.17)-(6.20) constituem o sistema de equações que vamos resolver na próxima seção, com as condições de contorno apropriadas, para obter as funções de correlação das correntes eletromagnéticas  $J_\mu^{\text{EM}}$ .

## 6.2 Produção de fótons a partir da holografia

A prescrição AdS/CFT Lorentziana para calcular funções de correlação da corrente eletromagnética é dada em [111] (veja também, por exemplo, [112, 113, 114]). Nós precisamos isolar os termos com duas derivadas radiais na ação (6.14), escrevê-la como um termo de borda via integração por partes e calculá-la na camada de massa. A variação da ação com relação aos valores de  $A_\mu$  em  $u = 0$  (que corresponde às correntes da teoria de fronteira) fornece as funções de correlação desejadas.

Nós começamos escrevendo a ação como

$$S_\epsilon = -2K_{D7} \int dt d\vec{x} \left[ \frac{e^{-\frac{3}{4}\phi} \sqrt{\mathcal{BF}}}{u} \left( -\frac{1}{\mathcal{BF}} A_t A'_t + A_x A'_x + A_y A'_y + e^\phi A_z A'_z \right) \right]_{u=\epsilon}, \quad (6.22)$$

onde o limite  $\epsilon \rightarrow 0$  será tomado.

A partir dessa ação de fronteira e das equações de movimento (6.17)-(6.20), vemos que podemos fazer o cálculo da densidade espectral  $\chi_{yy}$  independente de todas as outras; esse cálculo é muito similar ao cálculo feito em [101]. As densidades espectrais restantes em (6.7) são mais difíceis de calcular e vão requerer o uso de uma estratégia originalmente desenvolvida em [115] para lidar com mistura de operadores.

Um aspecto da geometria anisotrópica de [32, 33] é a presença de uma anomalia conforme que aparece durante a renormalização da teoria, introduzindo uma escala de referência  $\mu$ . Essa anomalia implica que algumas quantidades físicas (como a densidade de energia e pressão, por exemplo) não dependam apenas da razão  $a/T$ , mas de duas razões adimensionais que podem ser construídas a partir de  $a$ ,  $T$ , e  $\mu$ .<sup>4</sup> Afortunadamente, conforme veremos a seguir, todas as quantidades calculadas neste

---

<sup>4</sup>As funções da métrica dependem só de  $a/T$ , por isso nós usamos essa razão para distinguir entre dois exemplos representativos em Fig. 2.3.

capítulo não são afetadas por essa anomalia e serão independente de  $\mu$ . Em particular, elas serão funções de apenas duas razões adimensionais que podem ser construídas a partir de  $a$ ,  $T$ , e  $k_0$  ( $a/T$  e  $k_0/T$ , por exemplo).

### 6.2.1 Limite isotrópico

Tendo em vista a comparação de nossos resultados com a taxa de produção de fótons em um plasma anisotrópico, nós vamos precisar de expressões para as funções de correlação isotrópicas como função da temperatura do plasma ou como função de sua densidade de entropia.

Sendo assim, começamos considerando o limite isotrópico, que é obtido colocando (2.10) nas equações acima. Nós também podemos escolher  $\vartheta = \pi/2$ , já que num sistema isotrópico nós temos uma simetria  $SO(3)$  que nos permite alinhar o momento do fóton ao longo de uma direção particular, como a direção  $x$ , por exemplo. A equação a ser resolvida é obtida de (6.17) como<sup>5</sup>

$$0 = u \left(1 - \frac{u^4}{u_H^4}\right)^2 A''_{\text{iso}} - \left(1 - \frac{u^4}{u_H^4}\right) \left(1 + 3\frac{u^4}{u_H^4}\right) A'_{\text{iso}} + k_0^2 \frac{u^5}{u_H^4} A_{\text{iso}}. \quad (6.23)$$

A solução dessa equação que é *infalling* no horizonte é

$$A_{\text{iso}} = \left(1 - \frac{u^2}{u_H^2}\right)^{-i\frac{\mathbf{w}}{2}} \left(1 + \frac{u^2}{u_H^2}\right)^{-\frac{\mathbf{w}}{2}} {}_2F_1\left(1 - \frac{1+i}{2}\mathbf{w}, -\frac{1+i}{2}\mathbf{w}, 1 - i\mathbf{w}; \frac{u_H^2 - u^2}{2u_H^2}\right), \quad (6.24)$$

onde

$$\mathbf{w} = \frac{k_0}{2\pi T} = \frac{k_0 u_H}{2} \quad (6.25)$$

---

<sup>5</sup>Essa equação é exatamente equivalente à Eq. (4.18) de [101] sob a mudança de coordenadas  $u_{\text{here}} = u_H \sqrt{2} u_{\text{there}}$ .

é a frequência adimensional normalmente definida na literatura de modos quase-normais.

Invariância rotacional implica que a soma sobre polarizações em (6.3) seja igual a seguinte expressão

$$\chi_{\text{iso}} = -2 \operatorname{Im} (G_{yy}^{\text{R}} + G_{zz}^{\text{R}})_{\text{iso}} = -4 \operatorname{Im} G_{\text{iso}}^{\text{R}}, \quad (6.26)$$

que pode ser calculada a partir da prescrição em [111] usando

$$G_{\text{iso}}^{\text{R}} = -\frac{4K_{\text{D}7}}{|A_{\text{iso}}(\mathbf{w}, 0)|^2} \lim_{u \rightarrow 0} \left(1 - \frac{u^4}{u_{\text{H}}^4}\right) \frac{1}{u} A_{\text{iso}}^*(\mathbf{w}, u) A'_{\text{iso}}(\mathbf{w}, u). \quad (6.27)$$

A parte imaginária dessa expressão acaba por ser independente de  $u$ , e o limite é mais facilmente avaliado no horizonte do que na fronteira. O resultado do limite é

$$\lim_{u \rightarrow u_{\text{H}}} \left(1 - \frac{u^4}{u_{\text{H}}^4}\right) \frac{1}{u} A_{\text{iso}}^*(\mathbf{w}, u) A'_{\text{iso}}(\mathbf{w}, u) = i \frac{2\mathbf{w}}{2\mathbf{w} u_{\text{H}}^2}. \quad (6.28)$$

Colocando tudo junto, obtém-se, finalmente, que a densidade espectral é dada por [101]

$$\chi_{\text{iso}} = \frac{8\tilde{\mathcal{N}}_{\text{D}7} \mathbf{w}}{2\mathbf{w} \left| {}_2F_1 \left(1 - \frac{1+i}{2} \mathbf{w}, -\frac{1+i}{2} \mathbf{w}, 1 - i\mathbf{w}; \frac{1}{2}\right) \right|^2}, \quad (6.29)$$

onde

$$\tilde{\mathcal{N}}_{\text{D}7} = 4 \frac{K_{\text{D}7}}{u_{\text{H}}^2} = \frac{1}{4} N_c N_f T^2. \quad (6.30)$$

A combinação adimensional  $\chi_{\text{iso}}/8\tilde{\mathcal{N}}_{\text{D}7}\mathbf{w}$  é graficada na Fig. 6.3. Agora nós podemos expressar  $\tilde{\mathcal{N}}_{\text{D}7}$  e  $\mathbf{w}$  na fórmula acima em termos da temperatura ou em termos da

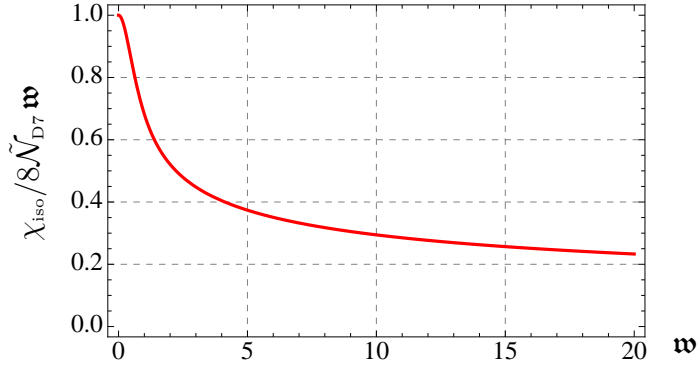


Figura 6.3: A função de correlação isotrópica  $\chi_{\text{iso}}$ .

densidade de entropia do plasma isotrópico, usando (2.11). Nós obtemos

$$\chi_{\text{iso}}(T) = \frac{N_c N_f T k_0}{2^{\frac{k_0}{2\pi T}} \pi \left| {}_2F_1 \left( 1 - \frac{1+i}{4\pi T} k_0, -\frac{1+i}{4\pi T} k_0, 1 - i \frac{k_0}{2\pi T}; \frac{1}{2} \right) \right|^2}, \quad (6.31)$$

e

$$\chi_{\text{iso}}(s) = \frac{N_c^{\frac{1}{3}} N_f s^{\frac{1}{3}} k_0}{2^{\mathbf{w}_s - \frac{1}{3}} \pi^{\frac{5}{3}} \left| {}_2F_1 \left( 1 - \frac{1+i}{2} \mathbf{w}_s, -\frac{1+i}{2} \mathbf{w}_s, 1 - i \mathbf{w}_s; \frac{1}{2} \right) \right|^2}, \quad \mathbf{w}_s = \frac{N_c^{\frac{2}{3}} k_0}{2^{\frac{4}{3}} \pi^{\frac{1}{3}} s^{\frac{1}{3}}}. \quad (6.32)$$

nas próximas seções nós vamos usar essas expressões para normalizar os resultados anisotrópicos. Essas duas normalizações diferentes vão nos permitir comparar a produção de fótons anisotrópica com a produção isotrópica de um plasma com a mesma temperatura ou com mesma densidade de entropia.

## 6.2.2 Densidade espectral para a polarização $\epsilon_{(1)}$

Após o aquecimento do caso isotrópico, passamos ao cálculo de  $\chi_{yy}$ . Isso pode ser obtido independentemente de todas as outras densidades espectrais, dado que (6.17) não é acoplada às outras equações do movimento e que não há na ação um termo de

mistura entre  $A_y$  e os outros campos de gauge. A correspondente função de correlação é

$$G_{yy}^{\text{R}} = -\frac{4K_{\text{D7}}}{|A_y(k_0, 0)|^2} \lim_{u \rightarrow 0} Q(u) A_y^*(k_0, u) A'_y(k_0, u), \quad (6.33)$$

onde

$$Q(u) \equiv \frac{e^{-\frac{3}{4}\phi} \sqrt{\mathcal{BF}}}{u}. \quad (6.34)$$

A densidade espectral fica

$$\chi_{(1)} \equiv \chi_{yy} = \frac{N_c N_f}{2\pi^2 |A_y(k_0, 0)|^2} \text{Im} \lim_{u \rightarrow 0} Q(u) A_y^*(k_0, u) A'_y(k_0, u). \quad (6.35)$$

No caso anisotrópico as componentes da métrica que aparecem nas equações do movimento são conhecidas apenas numericamente para valores genéricos de  $a/T$ . Isso significa que nós temos que integrar (6.17) numericamente para obter a solução para  $A_y$ . Para impor as condições de contorno apropriadas no horizonte nós temos que as expansões de proximidade da fronteira da métrica dadas em [33] e expandir (6.17). Vemos que perto do horizonte  $A_y$  se comporta como  $(u - u_{\text{H}})^\nu a_y(u)$ , onde  $a_y(u)$  é alguma função regular em  $u_{\text{H}}$ . O expoente  $\nu$  resulta ser igual ao resultado usual

$$\nu = \pm i \frac{\mathbf{w}}{2}, \quad \mathbf{w} = \frac{k_0}{2\pi T}, \quad (6.36)$$

onde a temperatura que aparece nessa fórmula é agora a temperatura anisotrópica, dada por (2.13). Para impor a condição de onda caindo (*infalling wave*) no horizonte e obter a função de correlação retardada, nós escolhemos o sinal negativo para  $\nu$ . Uma vez que a solução *infalling* for selecionada, a expansão é única a menos de um

fator multiplicativo.

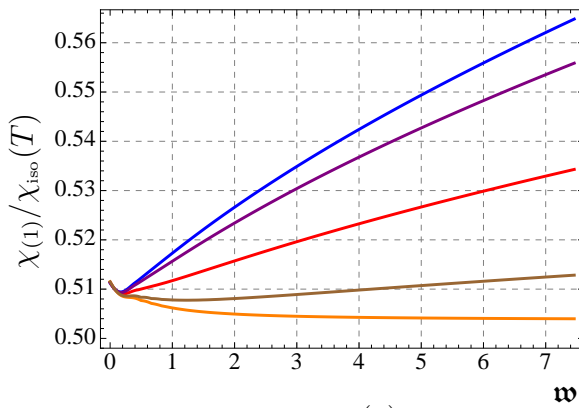
Vamos agora realizar a integração numérica de (6.17) para alguns valores da anisotropia e do ângulo  $\vartheta$  formado entre o momento  $\vec{k}$  e o eixo  $z$ . A densidade espectral  $\chi_{yy}$  é graficada nas Figs. 6.4 e 6.5, onde ela é comparada com a densidade espectral de um plasma isotrópico com mesma temperatura ou mesma densidade de entropia. Note que  $\chi_{yy}$  no limite isotrópico tende à metade de  $\chi_{\text{iso}}$ , já que este último contém contribuições iguais de  $\chi_{zz}$  e de  $\chi_{yy}$ ; veja (6.26).

Note também que, para  $k_0$  grande (mais especificamente, para  $k_0 \gg a$ ) a densidade espectral não converge ao limite isotrópico (linha horizontal em  $1/2$ ). Isto é explicado recordando que nossos resultados dependem de duas razões adimensionais. Mandando  $k_0 \rightarrow \infty$  mantendo  $a$  e  $T$  fixos não é o mesmo que mandar  $a \rightarrow 0$  com  $k_0$  e  $T$  fixos, já que a razão  $a/T$  permanece finita no primeiro limite.

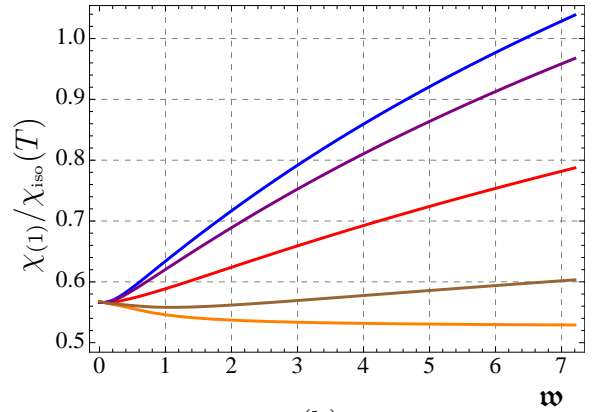
O limite de frequência nula da densidade espectral fornece a condutividade elétrica DC. Para fótons com polarização  $\epsilon_{(1)}$  isso seria a condutividade ao longo da direção transversa,  $y$ . As quantidades

$$\begin{aligned}\sigma_{(1)}(T) &= \lim_{k_0 \rightarrow 0} \frac{\chi_{(1)}(T)}{\chi_{(1),\text{iso}}(T)} = \lim_{k_0 \rightarrow 0} 2 \frac{\chi_{(1)}(T)}{\chi_{\text{iso}}(T)}, \\ \sigma_{(1)}(s) &= \lim_{k_0 \rightarrow 0} \frac{\chi_{(1)}(s)}{\chi_{(1),\text{iso}}(s)} = \lim_{k_0 \rightarrow 0} 2 \frac{\chi_{(1)}(s)}{\chi_{\text{iso}}(s)},\end{aligned}\tag{6.37}$$

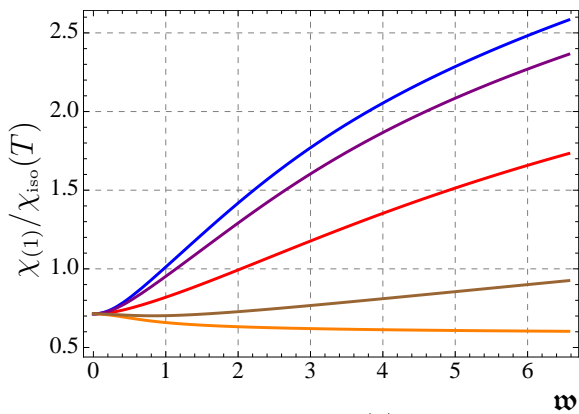
como funções de  $a/T$  e de  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  são reportadas na Fig. 6.6. O gráfico à esquerda dessa figura coincide com a condutividade perpendicular  $\sigma_{\perp}$  obtida em [116]. Note que a condutividade precisa ser normalizada com relação ao resultado isotrópico com mesma polarização, isto é,  $\lim_{a \rightarrow 0} \chi_{(1)} \equiv \chi_{(1),\text{iso}}$ , no presente caso.



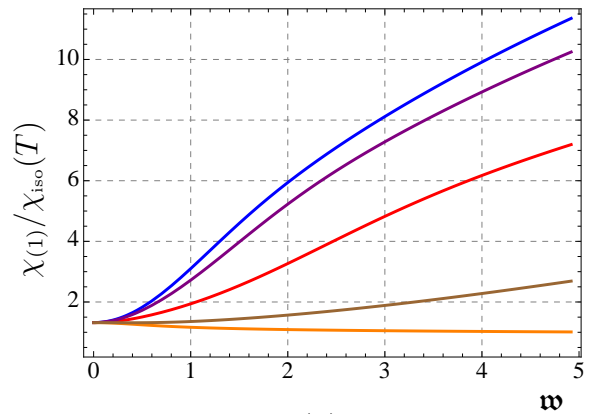
(a)



(b)

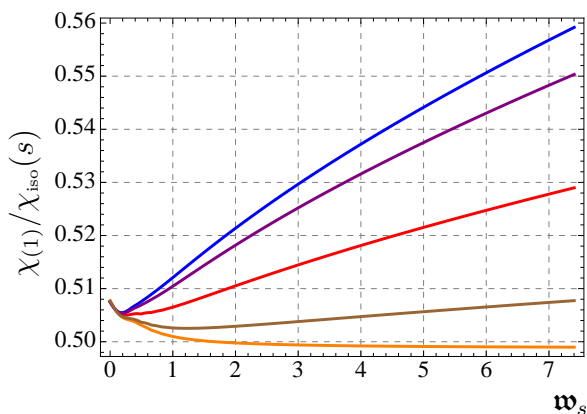


(c)

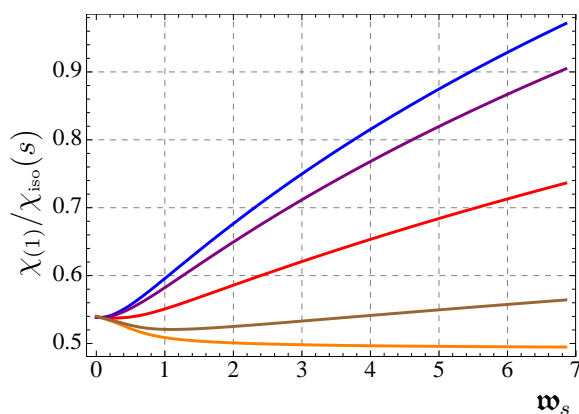


(d)

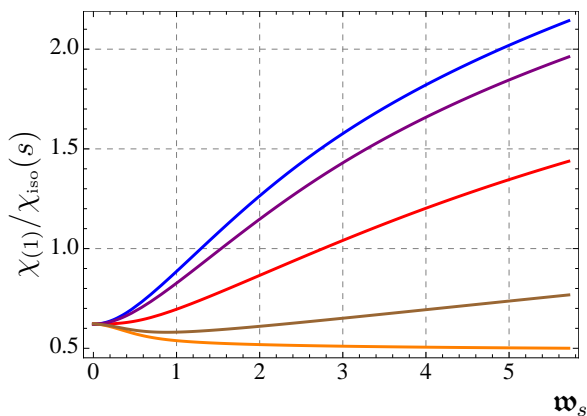
Figura 6.4: Gráficos da densidade espectral  $\chi_{(1)}$  correspondente à polarização  $\epsilon_{(1)}$  normalizada com relação ao resultado isotrópico com temperatura fixa  $\chi_{iso}(T)$ . As curvas correspondem (de cima para baixo) aos ângulos  $\vartheta = 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$ . Os quatro gráficos correspondem aos casos  $a/T = 1.38$  (a), 4.41 (b), 12.2 (c), 86 (d).



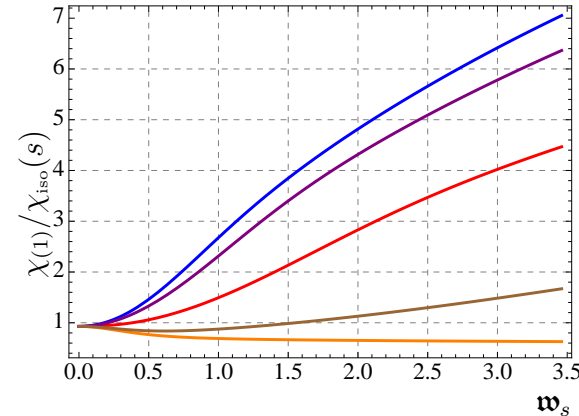
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 6.5: Gráficos da densidade espectral  $\chi_{(1)}$  correspondente à polarização  $\epsilon_{(1)}$  normalizados com relação ao resultado isotrópico com densidade de entropia fixa  $\chi_{\text{iso}}(s)$ . As curvas correspondem (de cima para baixo) aos ângulos  $\vartheta = 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/4, \pi/2$ . Os quatro gráficos correspondem aos casos  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 0.80$  (a), 2.47 (b), 6.24 (c), 35.5 (d).

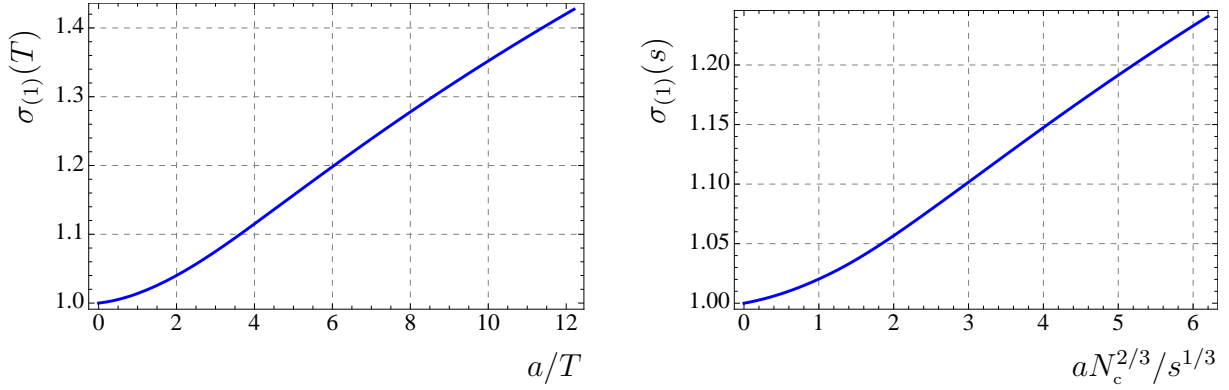


Figura 6.6: Gráfico da condutividade  $\sigma_{(1)}$  correspondente à polarização  $\epsilon_{(1)}$  como função de  $a/T$  (esquerda) e de  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  (direita).

### 6.2.3 Densidade espectral para a polarização $\epsilon_{(2)}$

Tendo encontrado a função de correlação correspondente à polarização do fóton  $\vec{\epsilon}_{(1)}$ , prosseguimos agora com as funções de correlação correspondentes à  $\vec{\epsilon}_{(2)}$ .

O procedimento para encontrá-los é mais claro quando realizado em termos dos campos invariantes de gauge  $E_i \equiv \partial_i A_0 - \partial_0 A_i$ . As equações (6.18)-(6.20) podem ser reescritas em termos de  $E_i$  com ajuda do vínculo

$$-\frac{1}{\mathcal{BF}} A'_t + \sin \vartheta A'_x + \cos \vartheta e^\phi A'_z = 0, \quad (6.38)$$

resultando no conjunto de equações

$$E''_x + \left[ \left( \log \frac{e^{-\frac{3}{4}\phi} \sqrt{\mathcal{BF}}}{u} \right)' + \frac{k_x^2}{\bar{k}^2} (\log \mathcal{BF})' \right] E'_x + \frac{\bar{k}^2}{\mathcal{F}} E_x + \frac{e^\phi k_x k_z}{\bar{k}^2} (\log \mathcal{BF})' E'_z = 0, \quad (6.39)$$

$$E''_z + \left[ \left( \log \frac{e^{\frac{1}{4}\phi} \sqrt{\mathcal{BF}}}{u} \right)' + \frac{e^\phi k_z^2}{\bar{k}^2} (\log e^\phi \mathcal{BF})' \right] E'_z + \frac{\bar{k}^2}{\mathcal{F}} E_z + \frac{k_x k_z}{\bar{k}^2} (\log e^\phi \mathcal{BF})' E'_x = 0, \quad (6.40)$$

onde  $\bar{k}^2 \equiv \frac{k_0^2}{\mathcal{F}\mathcal{B}} - k_x^2 - e^\phi k_z^2$ . Note que, para  $\vartheta = 0$  (momento linear ao longo da direção  $z$ ) e  $\vartheta = \pi/2$  (momento linear ao longo da direção  $x$ ) as equações para  $E_x$  e  $E_z$  se desacoplam.

A ação (6.22) em  $u = \epsilon$  pode ser escrita em termos desses campos como

$$S_\epsilon = -2K_{D7} \int dt d\vec{x} \left\{ \frac{e^{-\frac{3}{4}\phi} \sqrt{\mathcal{B}\mathcal{F}}}{u k_0^2 \bar{k}^2} \left[ \left( \frac{k_0^2}{\mathcal{B}\mathcal{F}} - e^\phi k_z^2 \right) E_x E'_x + \bar{k}^2 E_y E'_y \right. \right. \\ \left. \left. + e^\phi k_x k_z (E_x E_z)' + \left( \frac{k_0^2}{\mathcal{B}\mathcal{F}} - k_x^2 \right) e^\phi E_z E'_z \right] \right\}_{u=\epsilon}. \quad (6.41)$$

Para realizar as variações da ação, note que diferenciar com relação à  $A_{i=x,y,z}$  apenas fornece  $k_0$  vezes o resultado da diferenciação com relação à  $E_i$ , e para diferenciar com relação à  $A_0$  nós temos que somar  $\sum_i k_i \frac{\delta}{\delta E_i}$ .

Uma vez que nós precisamos tomar o limite  $\epsilon \rightarrow 0$ , vamos calcular o valor na camada de massa do integrando em (6.41) usando a expressão de proximidade da fronteira para a métrica. Essa expressão pode ser encontrada em [33] e é dada por

$$\mathcal{F} = 1 + \frac{11}{24} a^2 u^2 + \mathcal{F}_4 u^4 + \frac{7}{12} a^4 u^4 \log u + \mathcal{O}(u^6), \quad (6.42)$$

$$\mathcal{B} = 1 - \frac{11}{24} a^2 u^2 + \mathcal{B}_4 u^4 - \frac{7}{12} a^4 u^4 \log u + \mathcal{O}(u^6), \quad (6.43)$$

$$\phi = -\frac{a^2}{4} u^2 + \left( \frac{1152\mathcal{B}_4 + 121a^4}{4032} \right) u^4 - \frac{a^4}{6} u^4 \log u + \mathcal{O}(u^6), \quad (6.44)$$

onde  $\mathcal{F}_4$  e  $\mathcal{B}_4$  são coeficientes indeterminados pelas equações assintóticas do movimento que podem, no entanto, ser extraídos da solução numérica. Eles acabam por ser irrelevantes para nossos propósitos.

Usando (6.42)-(6.44) nós podemos resolver as equações (6.39) e (6.40) perturba-

tivamente para encontrar

$$E_x = E_x^{(0)} + E_x^{(2)} \cos \vartheta u^2 - \frac{1}{24} \left( \frac{3}{4} E_x^{(0)} k_0^2 \cos \vartheta + 5 E_x^{(2)} \right) \cos \vartheta a^2 u^4 + \mathcal{O}(u^6), \quad (6.45)$$

$$E_z = E_z^{(0)} - E_x^{(2)} \sin \vartheta u^2 + E_z^{(4)} u^4 - \frac{\cos^2 \vartheta a^2 k_0^2}{16} (E_x^{(0)} \tan \vartheta + E_z^{(0)}) u^4 \log u + \mathcal{O}(u^6), \quad (6.46)$$

onde  $E_x^{(0)}$ ,  $E_z^{(0)}$ ,  $E_x^{(2)}$ , e  $E_z^{(4)}$  são coeficientes indeterminados da expansão, os quais podem ser extraídos da solução numérica. Usando as expressões acima, podemos escrever o valor de (6.41) próximo da fronteira como

$$S_\epsilon = -2K_{D7} \int dt d\vec{x} [\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \dots + \mathcal{O}(u^2)]_{u=\epsilon}, \quad (6.47)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &= -\frac{3}{4} \sin^2 \vartheta E_x^{(0)2} - \frac{1}{4} \cos^2 \vartheta E_z^{(0)2} - \cos \vartheta \sin \vartheta E_x^{(0)} E_z^{(0)}, \\ \mathcal{L}_2 &= \frac{1}{3k_0^2} \left[ \frac{1 + 5 \cos 2\vartheta}{\cos \vartheta} E_x^{(0)} E_x^{(2)} + \frac{48}{a^2} \tan \vartheta E_x^{(0)} E_z^{(4)} - 10 \sin \vartheta E_z^{(0)} E_x^{(2)} + \frac{48}{a^2} E_z^{(0)} E_z^{(4)} \right], \\ \mathcal{L}_3 &= - (E_x^{(0)} \sin \vartheta + E_z^{(0)} \cos \vartheta)^2 \log u, \end{aligned} \quad (6.48)$$

e as reticências referem-se aos termos nas componentes  $y$  que já foram tratados na última seção.

Notamos que  $\mathcal{L}_3$  diverge quando tomamos o limite  $u \rightarrow 0$ , o que implica que a ação de borda é sensível à anomalia do fundo encontrada em [33]. Em princípio, nós precisamos renormalizar essa ação holograficamente, mas a observação essencial aqui é que, de acordo com (6.7), a contribuição desse termo divergente a produção de

fótons com polarização  $\vec{\epsilon}_{(2)}$  é proporcional a

$$\cos^2 \vartheta \frac{\delta^2 \mathcal{L}_3}{\delta E_x^{(0)2}} + \sin^2 \vartheta \frac{\delta^2 \mathcal{L}_3}{\delta E_z^{(0)2}} - 2 \cos \vartheta \sin \vartheta \frac{\delta^2 \mathcal{L}_3}{\delta E_x^{(0)} \delta E_z^{(0)}} = 0, \quad (6.49)$$

sendo, portanto, identicamente nula. Isso significa que nós só precisamos considerar as contribuições às funções de correlação provenientes de  $\mathcal{L}_1$  e  $\mathcal{L}_2$ , que são finitas e resultam ser dadas por

$$\frac{G_{xx}^R}{-4K_{D7}} = -\frac{3}{4}k_0^2 \sin^2 \vartheta + \frac{1 + 5 \cos 2\vartheta}{3 \cos \vartheta} \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_x^{(0)}} + \frac{16 \tan \vartheta}{a^2} \frac{\delta E_z^{(4)}}{\delta E_x^{(0)}}, \quad (6.50)$$

$$\frac{G_{zz}^R}{-4K_{D7}} = -\frac{1}{4}k_0^2 \cos^2 \vartheta - \frac{10 \sin \vartheta}{3} \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_z^{(0)}} + \frac{16}{a^2} \frac{\delta E_z^{(4)}}{\delta E_z^{(0)}}, \quad (6.51)$$

$$\begin{aligned} \frac{G_{xz}^R}{-2K_{D7}} = & -k_0^2 \cos \vartheta \sin \vartheta + \frac{1 + 5 \cos 2\vartheta}{3 \cos \vartheta} \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_z^{(0)}} \\ & + \frac{16 \tan \vartheta}{a^2} \frac{\delta E_z^{(4)}}{\delta E_z^{(0)}} - \frac{10 \sin \vartheta}{3} \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_x^{(0)}} + \frac{16}{a^2} \frac{\delta E_z^{(4)}}{\delta E_x^{(0)}}. \end{aligned} \quad (6.52)$$

Somando essas expressões de acordo com (6.7), encontra-se o simples resultado

$$\chi_{(2)} \equiv \epsilon_{(2)}^\mu \epsilon_{(2)}^\nu \chi_{\mu\nu} = 16K_{D7} \operatorname{Im} \left( \cos \vartheta \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_x^{(0)}} - \sin \vartheta \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_z^{(0)}} \right). \quad (6.53)$$

Para determinar como os coeficientes  $E_x^{(2)}$  e  $E_z^{(4)}$  variam com relação à  $E_x^{(0)}$  e  $E_z^{(0)}$ , é conveniente escrever as soluções  $E_x$  e  $E_z$  como um vetor. Quando resolvemos a equação do movimento para

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \end{pmatrix} \quad (6.54)$$

próximo do horizonte por uma expansão em série  $(u - u_H)^\nu$ , nós obtemos que o expoente  $\nu$  para ambas as componentes desse vetor é o mesmo que o expoente do modo

$A_y$ , a saber  $\nu = \pm i\omega/2$ . Depois de impor a condição de onda caindo no horizonte, o resto da série de potências é linearmente determinado pelo valor de  $\mathbf{E}$  no horizonte. A integração a partir do horizonte usando qualquer escolha de tal vetor selecionaria um solução particular das equações do movimento. Essas equações são lineares e, portanto, sua solução geral pode ser escrita como uma combinação linear de quaisquer soluções linearmente independentes  $\mathbf{E}_1 = (E_{x,1}, E_{z,1})^T$  e  $\mathbf{E}_2 = (E_{x,2}, E_{z,2})^T$ .

Como precisamos saber como a solução depende de  $E_x^{(0)}$  e  $E_z^{(0)}$ , a base relevante é aquela formada pelas duas soluções particulares que na fronteira assumem os valores

$$\mathbf{E}_1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E}_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (6.55)$$

uma vez que, em termos dessa base, a solução geral pode ser escrita como

$$\mathbf{E} = E_x^{(0)} \mathbf{E}_1 + E_z^{(0)} \mathbf{E}_2. \quad (6.56)$$

Próximo à fronteira a solução geral  $\mathbf{E}$  será descrita pelas expansões (6.45) e (6.46).

De (6.56) nós vemos que seus correspondentes coeficientes serão dados por

$$E_x^{(2)} = E_x^{(0)} E_{x,1}^{(2)} + E_z^{(0)} E_{x,2}^{(2)}, \quad E_z^{(4)} = E_x^{(0)} E_{z,1}^{(4)} + E_z^{(0)} E_{z,2}^{(4)}, \quad (6.57)$$

onde  $E_{x,i}^{(2)}$  e  $E_{z,i}^{(4)}$  (com  $i = 1, 2$ ) são os coeficientes para as expansões de  $\mathbf{E}_1$  e  $\mathbf{E}_2$  próximo à fronteira. De (6.57) segue, por exemplo, que

$$\frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_x^{(0)}} = E_{x,1}^{(2)} \quad \frac{\delta E_x^{(2)}}{\delta E_z^{(0)}} = E_{x,2}^{(2)}, \quad (6.58)$$

que agora pode ser usado em (6.53). Na prática, visto que só podemos resolver as equações do movimento numericamente, nós encontramos quaisquer duas soluções linearmente independentes,  $\mathbf{E}_a = (E_{x,a}, E_{z,a})^T$  e  $\mathbf{E}_b = (E_{x,b}, E_{z,b})^T$ , para construir  $\mathbf{E}_1$  e  $\mathbf{E}_2$  como as combinações lineares

$$\mathbf{E}_1 = \frac{E_{z,b}^{(0)} \mathbf{E}_a - E_{z,a}^{(0)} \mathbf{E}_b}{E_{x,a}^{(0)} E_{z,b}^{(0)} - E_{x,b}^{(0)} E_{z,a}^{(0)}}, \quad \mathbf{E}_2 = \frac{E_{x,a}^{(0)} \mathbf{E}_b - E_{x,b}^{(0)} \mathbf{E}_a}{E_{x,a}^{(0)} E_{z,b}^{(0)} - E_{x,b}^{(0)} E_{z,a}^{(0)}}, \quad (6.59)$$

de onde nós podemos ver que

$$E_{x,1}^{(2)} = \frac{E_{z,b}^{(0)} E_{x,a}^{(2)} - E_{z,a}^{(0)} E_{x,b}^{(2)}}{E_{x,a}^{(0)} E_{z,b}^{(0)} - E_{x,b}^{(0)} E_{z,a}^{(0)}}, \quad E_{x,2}^{(2)} = \frac{E_{x,a}^{(0)} E_{x,b}^{(2)} - E_{x,b}^{(0)} E_{x,a}^{(2)}}{E_{x,a}^{(0)} E_{z,b}^{(0)} - E_{x,b}^{(0)} E_{z,a}^{(0)}}. \quad (6.60)$$

Tendo essas considerações em vista, podemos agora usar essas expressões para obter, numericamente, os coeficientes que precisamos colocar em (6.53) para encontrar  $\chi_{(2)}$ . Os resultados são graficados nas Figs. 6.7 e 6.8, onde nós comparamos, para diferentes ângulos  $\vartheta$ , a produção de fótons com polarização  $\epsilon_{(2)}$  com a produção de um plasma isotrópico com mesma temperatura ou com mesma densidade de entropia. A curva  $\vartheta = 0$  para  $\chi_{(2)}$  em todos os gráficos é igual às curvas de  $\chi_{(1)}$  para  $\vartheta = 0$ . Isso é esperado, já que nesse caso as equações (6.17) e (6.19) são idênticas, visto que  $g^{xx} = g^{yy}$ . Por outro lado, não se pode esperar a mesma concordância entre a curva  $\vartheta = \pi/2$  para  $\chi_{(2)}$  e a curva  $\vartheta = \pi/2$  para  $\chi_{(1)}$ , pois nesse caso as equações (6.17) e (6.20) são diferentes, dado que  $g^{yy} \neq g^{zz}$ , e de fato nós obtivemos curvas diferentes.

Para fótons com polarização ao longo de  $\epsilon_{(2)}$ , as condutividades

$$\begin{aligned} \sigma_{(2)}(T) &= \lim_{k_0 \rightarrow 0} \frac{\chi_{(2)}}{\chi_{(2),\text{iso}}(T)} = \lim_{k_0 \rightarrow 0} 2 \frac{\chi_{(2)}}{\chi_{\text{iso}}(T)}, \\ \sigma_{(2)}(s) &= \lim_{k_0 \rightarrow 0} \frac{\chi_{(2)}}{\chi_{(2),\text{iso}}(s)} = \lim_{k_0 \rightarrow 0} 2 \frac{\chi_{(2)}}{\chi_{\text{iso}}(s)} \end{aligned} \quad (6.61)$$

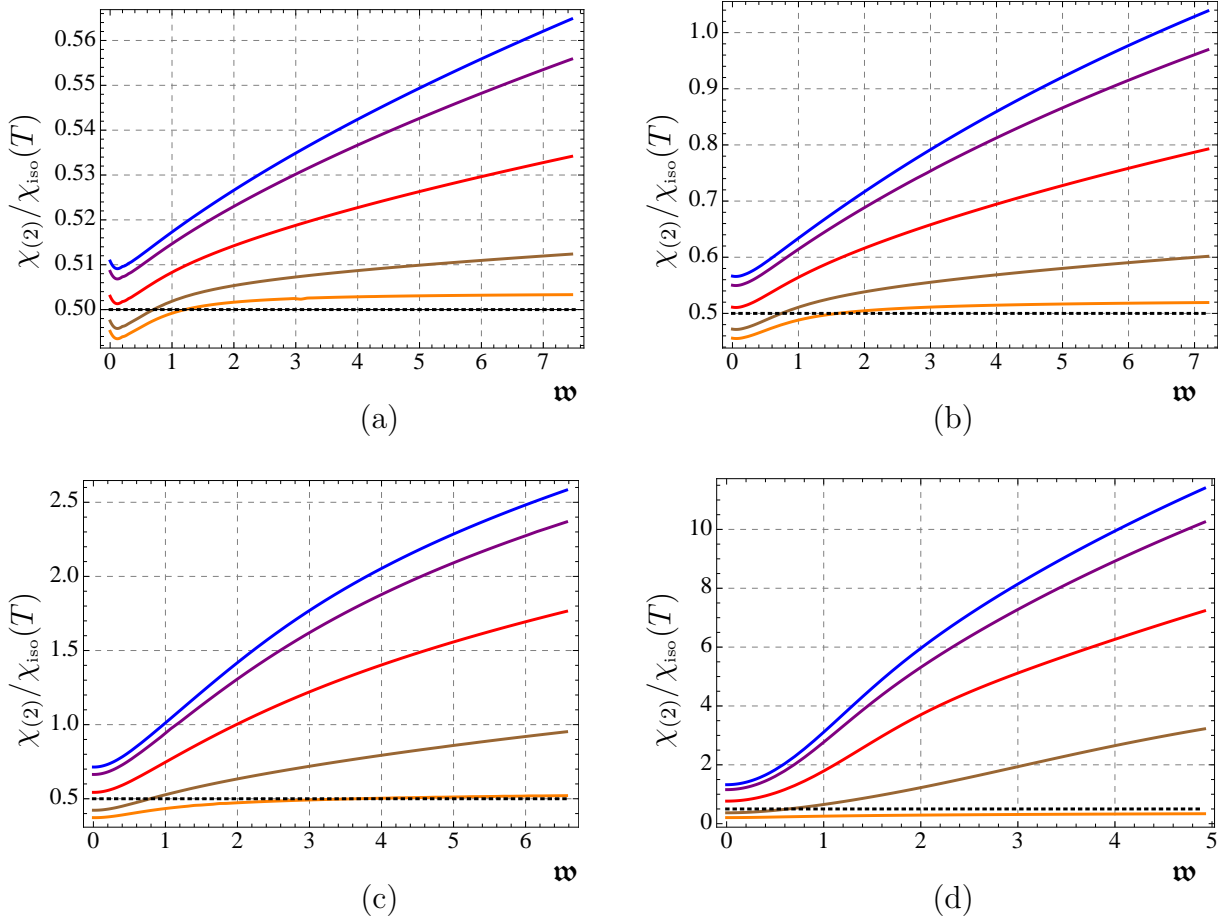
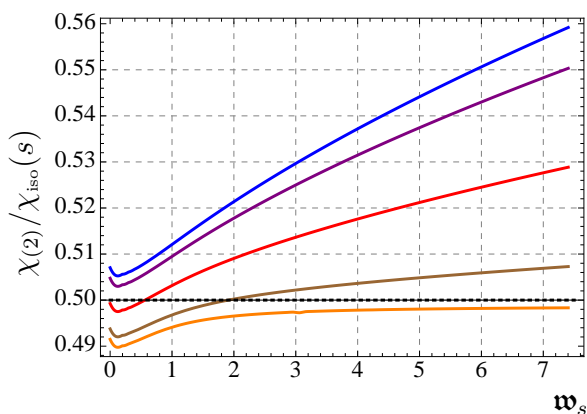
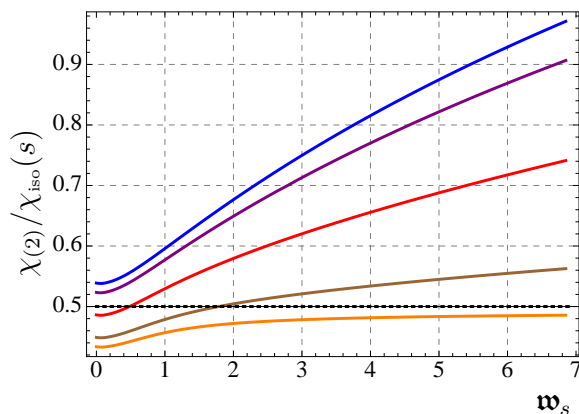


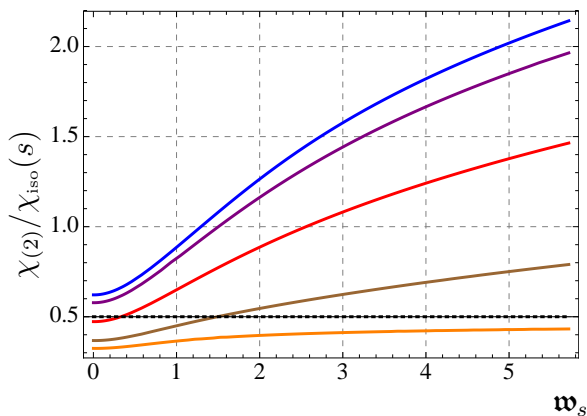
Figura 6.7: Gráficos da densidade espectral  $\chi_{(2)}$  correspondente à polarização  $\epsilon_{(2)}$  normalizado com relação ao resultado isotrópico com temperatura fixa  $\chi_{\text{iso}}(T)$ . As curvas correspondem (de cima para baixo) aos ângulos  $\vartheta = 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$ . Os quatro gráficos correspondem aos casos  $a/T = 1.38$  (a), 4.41 (b), 12.2 (c), 86 (d).



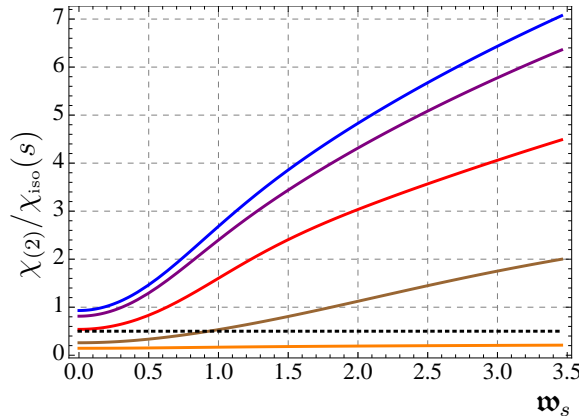
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 6.8: Gráficos da densidade espectral  $\chi_{(2)}$  correspondem à polarização  $\epsilon_{(2)}$  normalizada com relação ao resultado isotrópico com densidade de entropia fixa  $\chi_{iso}(s)$ . As curvas correspondem (de cima para baixo) aos ângulos  $\vartheta = 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/4, \pi/2$ . Os quatro gráficos correspondem aos casos  $aN_c^{2/3}/s^{1/3} = 0.80$  (a), 2.47 (b), 6.24 (c), 35.5 (d).

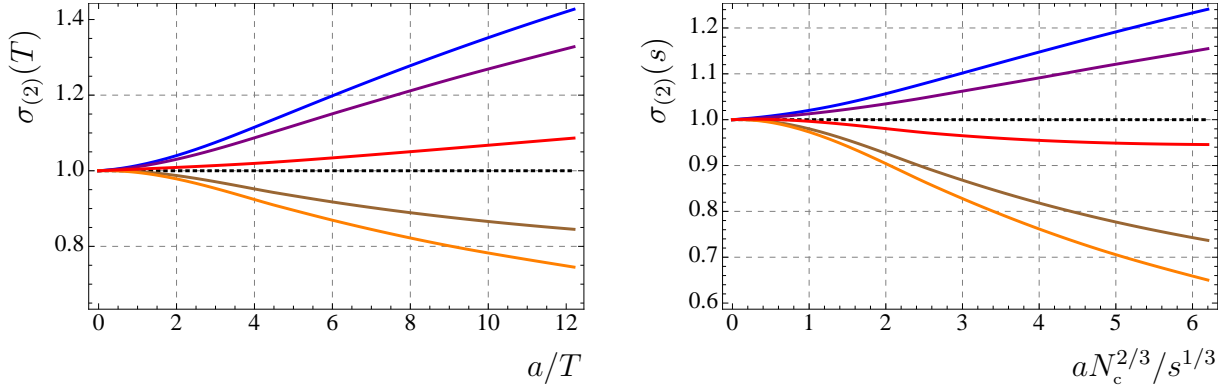


Figura 6.9: Gráfico da condutividade  $\sigma_{(2)}$  correspondente à polarização  $\epsilon_{(2)}$  como função de  $a/T$  (esquerda) e de  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  (direita). De cima para baixo, as curvas correspondem à  $\vartheta = 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$ .

dependem não apenas da anisotropia  $a$ , como no caso da polarização ao longo da direção  $y$ , mas também do ângulo  $\vartheta$ . Gráficos de  $\sigma_{(2)}$  como função de  $a/T$  e  $aN_c^{2/3}/s^{1/3}$  (para  $\vartheta$  fixo) e como função de  $\vartheta$  (para  $a/T$  fixo) são reportados nas Figs. 6.9 e 6.10. Para  $\vartheta = 0$  a condutividade está ao longo da direção transversa  $x$  (isto é, a direção do vetor de polarização) e nós recuperamos os mesmo resultado que (6.37) e  $\sigma_{\perp}$  de [116]. Semelhantemente, para  $\vartheta = \pi/2$  a condutividade está ao longo da direção  $z$  e nós recuperamos  $\sigma_z$  de [116].

#### 6.2.4 Taxa de produção total

Agora nós temos todos os ingredientes para calcular a taxa de produção total (6.3). Nós convertemos essa quantidade para taxa de emissão por unidade de energia do fóton num ângulo infinitesimal em torno de  $\vartheta$ . Usando que o momento do fóton é do tipo luz, temos

$$\frac{-1}{2\alpha_{\text{EM}}N_cN_fT^3} \frac{d\Gamma}{d(\cos \vartheta) dk^0} = \frac{\mathbf{w}}{2N_cN_fT^2} \frac{1}{e^{2\pi\mathbf{w}} - 1} (\chi_{(1)} + \chi_{(2)}) . \quad (6.62)$$

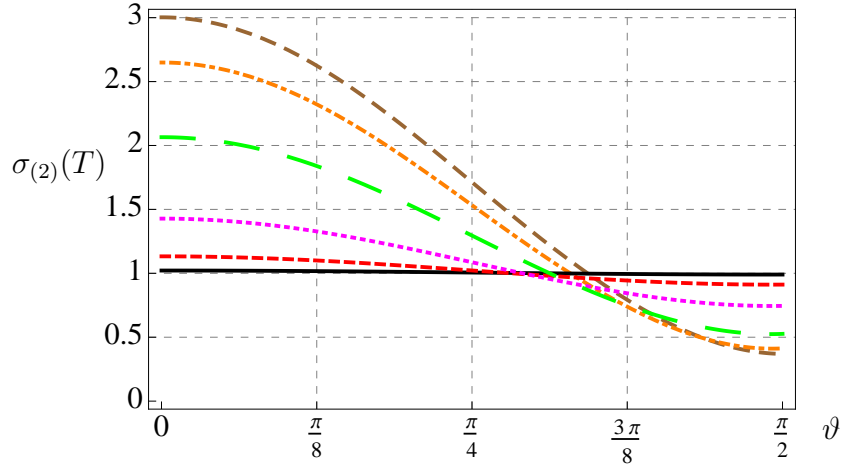


Figura 6.10: Gráfico da condutividade  $\sigma_{(2)}$  correspondente à polarização  $\epsilon_{(2)}$  como função de  $\vartheta$ . Nós graficamos os casos  $a/T = 1.38$  (curva sólida, preta), 4.41 (curva tracejada, vermelha), 12.2 (curva pontilhada, magenta), 40 (curva muito grosseiramente tracejada, verde), 86 (curva pontilhada-tracejada, laranja), 120 (curva grosseiramente tracejada, marrom).

Essa quantidade é graficada na Fig. 6.11 para diferentes valores de  $a/T$  e para diferentes valores de  $\vartheta$ . O resultado isotrópico na mesma temperatura é [101]

$$\frac{-1}{2\alpha_{\text{EM}}N_cN_fT^3} \frac{d\Gamma_{\text{iso}}}{d(\cos \vartheta) dk^0} = \frac{\mathbf{w}^2}{2\mathbf{w} (e^{2\pi\mathbf{w}} - 1) \left| {}_2F_1 \left( 1 - \frac{1+i}{2}\mathbf{w}_s, -\frac{1+i}{2}\mathbf{w}_s, 1 - i\mathbf{w}_s; \frac{1}{2} \right) \right|^2}, \quad (6.63)$$

e é mostrado como uma curva pontilhada preta nas figuras.

### 6.3 Discussão

Neste capítulo nós calculamos a taxa de produção de fótons e a condutividade elétrica de um plasma anisotrópico modelado holograficamente usando a geometria de [32, 33] e acoplado a um número de sabores tal que  $N_f \ll N_c$ . Nós consideramos orientações arbitrárias do momento do fóton em relação à direção de anisotropia, e também valores arbitrários do parâmetro de anisotropia.

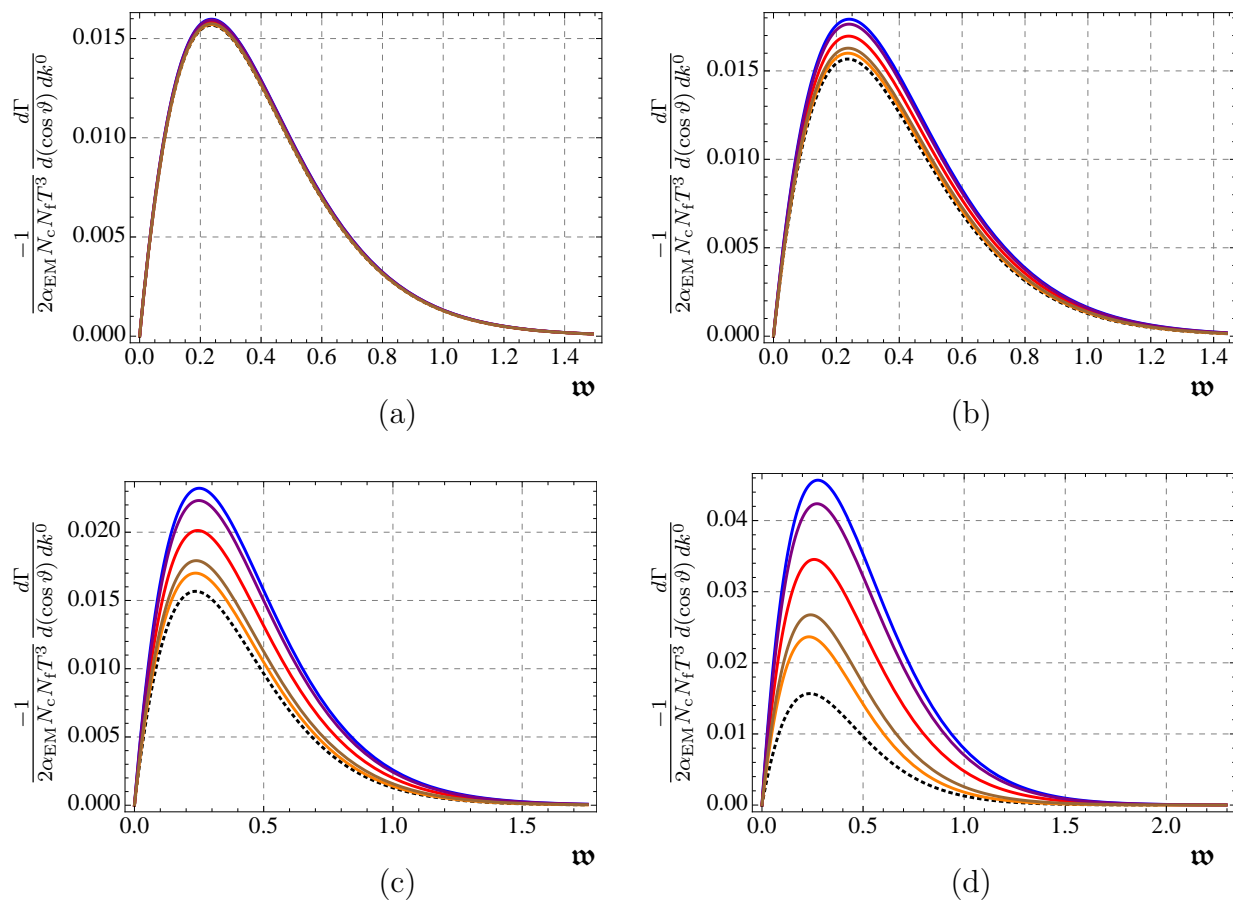


Figura 6.11: Gráfico das taxa de produção total. De cima para baixo, as curvas correspondem aos ângulos  $\vartheta = 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$ . Os quatro gráficos correspondem aos casos  $a/T = 1.38$  (a), 4.41 (b), 12.2 (c), 86 (d). As temperaturas nos quatro casos são, respectivamente,  $T = 0.32, 0.33, 0.36, 0.49$ . O resultado isotrópico na mesma temperatura é a curva pontilhada preta. Em (a) as curvas são virtualmente indistinguíveis da curva isotrópica.

As densidades espectrais são sensíveis ao grau de anisotropia do sistema e ao ângulo entre a direção de anisotropia e o vetor de onda do fóton, com sensibilidade crescente com a energia do fóton. Essa sensibilidade crescente também foi encontrada em plasmas anisotrópicos fracamente acoplados; veja, por exemplo, [117]. O limite  $\mathbf{w} \rightarrow 0$  das densidades espectrais (isto é, a condutividade DC) é independente do ângulo  $\vartheta$  para fótons com polarização  $\epsilon_{(1)}$  (ao longo da direção transversa  $y$ ) e dependente de  $\vartheta$  para fótons com polarização  $\epsilon_{(2)}$  (no plano  $xz$ ), como esperado em termos gerais.

Uma característica genérica que emerge dessa análise é que as densidades espectrais (e conseqüentemente a taxa de produção total) são maiores para fótons com vetores de onda longitudinais,  $\vartheta = 0$ , do que as densidades espectrais para fótons com vetores de onda transversos,  $\vartheta = \pi/2$ . O crescimento ao longo da direção longitudinal não é surpreendente, uma vez que essa é a direção preferencial na expansão do plasma. Este crescimento também acontece na condutividade elétrica, que é maior (menor) que o valor isotrópico ao longo da direção perpendicular (transversal), não importando se a comparação é feita com um plasma isotrópico com mesma temperatura ou mesma densidade de entropia. Note que a condutividade está na direção do campo elétrico, que coincide com a direção do vetor de polarização e não com a direção do momento linear do fóton. A taxa de produção total ilustrada na Fig. 6.11 é sempre maior que o resultado isotrópico, para todas as frequências, direções de propagação, e valores do parâmetro de anisotropia. Isso significa que o plasma anisotrópico considerado aqui sempre brilha com mais intensidade que seu contraparte isotrópico.

A fonte de anisotropia em [32, 33] é um ângulo teta dependente da posição na teoria de gauge, ou, equivalentemente, um axion dependente da posição no fundo gravitacional. Pode-se questionar o quão geral são os comportamentos que obtivemos,

isto é, como eles dependem da fonte de anisotropia usada. Nós notamos que as equações do movimento para os campos de gauge no volume de mundo das branas são exclusivamente determinadas pela métrica e pelo dilaton; Isso implica que qualquer outra fonte de anisotropia que dá origem a uma métrica qualitativamente similar, um dilaton e nenhum campo  $B$  irá produzir resultados similares para a taxa de produção de fótons, não importando os outros campos de fundo (em particular, não importando se há ou não um axion de fundo).

A produção de fótons no plasma anisotrópico de [82] foi determinada em [108]. A geometria nesses trabalhos apresenta uma singularidade nua, permite, no entanto, condições de contorno *infalling* e a definição de uma função de Green retardada na teoria de gauge dual. O comportamento das densidades espectrais para baixas frequências encontrado em [108] é totalmente diferente do encontrado aqui, provavelmente devido à ausência naquela geometria de um horizonte *bona fide*. Em particular, eles encontram que para qualquer anisotropia não-nula, mesmo muito pequena, as densidades espectrais vão a zero mais rápido que  $\mathbf{w}$ , resultando em uma condutividade DC nula. Para altas frequências, por outro lado, o resultado anisotrópico deles se aproxima suavemente do limite isotrópico quando o parâmetro de anisotropia vai para zero, tal como no nosso caso. Eles encontraram que a taxa de produção de fótons é aumentada (suprimida) com relação à taxa isotrópica na direção de avanço e suprimida (aumentada) na direção transversa se a anisotropia é prolata (oblata). Isso é diferente do que ocorre em nossos resultados, onde a taxa anisotrópica é sempre maior que a isotrópica, apesar de geralmente ser maior na direção frontal que na transversa.

A geometria considerada aqui é estática e o plasma correspondente está em equilíbrio térmico. Esse fato torna problemática a comparação com um plasma do mundo real, pelo menos para  $\mathbf{w}$  pequeno, que corresponde a tempos grandes. De fato, um plasma

real evolui de um estado inicial fora do equilíbrio para um estado final isotrópico e a aproximação estática necessariamente deixa de ser válida. A inclusão de uma evolução temporal no contexto presente requer uma geometria dependente do tempo e uma função de distribuição mais geral que a de Bose-Einstein. A determinação de tal solução pode ser simplificada usando as idéias de [118]. Tendo em vista essas limitações, nós podemos, no entanto, tentar comparar nossos resultados com dados experimentais. Até onde sabemos, medições da produção de fótons térmicos só foram realizadas para rapidez de até 0.35, que correspondem a ângulos de aproximadamente 20 graus em torno da direção transversal. Nessa faixa, um aumento da produção direta de fótons, como também observado em nossa Fig. 6.11, foi reportado para colisões Au+Au no RHIC [119]. Até então, detecções para rapidez mais alta apenas foram usadas para determinar a centralidade da colisão e não para fazer estatísticas da produção de fótons.

Pensando numa possível comparação com dados experimentais, nós lembramos que os quarks aqui considerados não têm massa. Seria, portanto, interessante estender nossa análise para incluir quarks massivos, fazendo assim com que o modelo seja mais próximo da QCD. A inclusão de quarks massivos é feita considerando imersão de D7-branas que, ao contrário do caso estudado aqui, não são equatoriais. A distância assintótica entre as D7-branas e o plano equatorial determinaria a massa dos quarks na teoria de gauge dual.<sup>6</sup> No caso isotrópico, a taxa de produção de fótons mostrou uma dependência com essa massa [101], assim, é claro que tal dependência deve ser esperada no caso anisotrópico. Em particular, conforme a massa fica grande quando comparada com a temperatura ou com a anisotropia, deve ser possível identificar o

---

<sup>6</sup>Num plasma fortemente acoplado, não há quase-partículas, e a massa mencionada aqui seria, de fato, um parâmetro microscópico do qual a física depende, mas sem a interpretação direta de massa de uma quase-partícula.

surgimento de ressonâncias altamente localizadas nas funções espectrais, indicando a reconstituição dos mésons que foram ‘derretidos’ no plasma [101]. Entender o papel desempenhado pela anisotropia nessa transição é certamente algo que vale a pena explorar.

# Apêndice A

## Limite ultra-relativístico para a força de arrasto

No limite  $v \rightarrow 1$  o valor de  $u_c$  que resolve a Eq. (3.18) é próximo do valor correspondente à fronteira, isto é,  $u_c \rightarrow 0$ . Portanto, neste limite,  $u_c$  pode ser determinado a partir das expansões dos termos da métrica na proximidade da fronteira, que têm a forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} &= 1 + \frac{11 a^2}{24} u^2 + \left( \mathcal{F}_4 + \frac{7 a^4}{12} \log u \right) u^4 + \mathcal{O}(u^6), \\ \mathcal{B} &= 1 - \frac{11 a^2}{24} u^2 + \left( \mathcal{B}_4 - \frac{7 a^4}{12} \log u \right) u^4 + \mathcal{O}(u^6), \\ \mathcal{H} &= 1 + \frac{a^2}{4} u^2 - \left( \frac{2 \mathcal{B}_4}{7} - \frac{5 a^4}{4032} - \frac{a^4}{6} \log u \right) u^4 + \mathcal{O}(u^6).\end{aligned}\tag{A.1}$$

Os coeficientes  $\mathcal{B}_4$  e  $\mathcal{F}_4$  dependem de  $a$  e  $T$  e estão relacionados com a energia e a pressão do plasma, veja as Eqs. (35) em [33]. Eles não são determinados pela análise na proximidade da fronteira, mas precisam, ao invés disso, ser lidos a partir de uma

solução para todo o volume.

Nós precisamos resolver (3.18) para  $u_c$  até o termo dominante em  $1 - v^2$ . Para  $\cos \varphi \neq 0$ , só precisamos considerar os termos de  $\mathcal{O}(u^2)$  nas funções da métrica, e a solução é

$$\frac{1}{u_c^2} = \frac{a^2 v^2 \cos^2 \varphi}{4(1 - v^2)}, \quad [\cos \varphi \neq 0]. \quad (\text{A.2})$$

Substituindo em (3.22), obtemos a força de arrasto

$$\vec{F} = \frac{\sqrt{\lambda}}{8\pi} a^2 \cos^2 \varphi \frac{v^3}{1 - v^2} (\sin \varphi, \cos \varphi), \quad [\cos \varphi \neq 0]. \quad (\text{A.3})$$

A divergência quando  $v \rightarrow 1$  contrasta com o comportamento suave (3.27)-(3.28) do caso isotrópico. Nós concluímos que, para  $\cos \varphi \neq 0$ , a razão  $F_{\text{aniso}}/F_{\text{iso}}$  diverge como  $1/\sqrt{1 - v^2}$  no limite em que  $v \rightarrow 1$ , em concordância com nossos resultados numéricos mostrados na Fig. 3.4. Note que isso é verdade mesmo se os dois plasmas tiverem diferentes temperaturas e/ou diferentes densidades de entropia, uma vez que, no caso anisotrópico,  $F$  diverge como  $1/(1 - v^2)$  para qualquer valor de temperatura e densidade de entropia.

A análise prévia mostra que os limites  $v \rightarrow 1$  e  $\varphi \rightarrow \pi/2$  não comutam. Isso acontece porque, se nós colocarmos  $\cos \varphi = 0$  primeiro, então os termos de ordem  $u^2$  se cancelam na Eq. (3.18) sendo necessário ir até a ordem de  $u^4$ . A solução neste caso é

$$\frac{1}{u_c^2} = \frac{T^2}{\sqrt{1 - v^2}} \sqrt{\frac{121 a^4}{576 T^4} - \frac{\mathcal{B}_4 + \mathcal{F}_4}{T^4}}, \quad [\cos \varphi = 0], \quad (\text{A.4})$$

que fornece a força de arrasto

$$F_x = \frac{\sqrt{\lambda} T^2}{2\pi} \frac{v}{\sqrt{1 - v^2}} \sqrt{\frac{121 a^4}{576 T^4} - \frac{\mathcal{B}_4 + \mathcal{F}_4}{T^4}}, \quad [\cos \varphi = 0]. \quad (\text{A.5})$$

Este resultado é válido para qualquer valor de  $a/T$ , pequeno ou grande, e implica que a razão  $F_{\text{aniso}}/F_{\text{iso}}$  é finita no limite  $v \rightarrow 1$  e dada por

$$\frac{F_x}{F_{\text{iso}}} = \frac{1}{\pi^2} \sqrt{\frac{121a^4}{576T^4} - \left(\frac{\mathcal{F}_4 + \mathcal{B}_4}{T^4}\right)}, \quad [\cos \varphi = 0]. \quad (\text{A.6})$$

Este resultado é válido para qualquer  $a$ , grande ou pequeno (contanto que o movimento esteja exatamente alinhado com a direção do eixo  $x$ ). Para prosseguir nós precisamos de expressões analíticas para os coeficientes  $\mathcal{F}_4$  e  $\mathcal{B}_4$ . Essas expressões são conhecidas em casos limites nos quais  $a/T$  é pequeno ou grande. No primeiro caso eles são dados pela equação Eq. (175) de [33]:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_4 &= -\pi^4 T^4 - \frac{9\pi^2 T^2}{16} a^2 - \left[ \frac{101}{384} - \frac{7}{12} \log\left(\frac{2\pi T}{a}\right) - \frac{7}{12} \log\left(\frac{a}{\Lambda}\right) \right] a^4 + \mathcal{O}(a^6), \\ \mathcal{B}_4 &= \frac{7\pi^2 T^2}{16} a^2 + \left[ \frac{593}{1152} - \frac{7}{12} \log\left(\frac{2\pi T}{a}\right) - \frac{7}{12} \log\left(\frac{a}{\Lambda}\right) \right] a^4 + \mathcal{O}(a^6), \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

onde  $\Lambda$  é a escala de referência relacionada à anomalia conforme. Substituindo em (A.6), encontramos

$$\frac{F_x}{F_{\text{iso}}} = 1 + \frac{a^2}{16\pi^2 T^2} + \mathcal{O}\left(\frac{a^4}{T^4}\right), \quad [\cos \varphi = 0, a/T \text{ pequeno}]. \quad (\text{A.8})$$

Note que a dependência na escala de referência se cancelou neste resultado, como esperado. O resultado da equação (A.8) mostra que o arrasto num quark ultra-relativístico movendo-se ao longo das direções transversas num plasma anisotrópico com  $a/T$  pequeno é maior que o arrasto num plasma isotrópico a mesma temperatura, em concordância com os nossos resultados numéricos. Para fazer essa comparação com densidades de entropia iguais, nós usamos o fato de que a densidade de entropia para

$a/T$  pequeno é dada por (veja eq. (174) em [33])

$$s = \frac{\pi^2 N_c^2 T^3}{2} + \frac{N_c^2 T}{16} a^2 + \mathcal{O}\left(\frac{a^4}{T}\right). \quad (\text{A.9})$$

Invertendo essa relação,

$$T = \left(\frac{2}{N_c^2 \pi^2}\right)^{1/3} s^{1/3} \left[1 - \frac{1}{24} \left(\frac{N_c^2}{2\pi}\right)^{2/3} \frac{a^2}{s^{2/3}} + \mathcal{O}\left(\frac{a^4}{s^{4/3}}\right)\right], \quad (\text{A.10})$$

substituindo em (A.5) e tomando a razão com (3.28), mostramos que

$$\frac{F_x}{F_{\text{iso}}} = 1 - \frac{1}{48} \left(\frac{N_c^2}{2\pi}\right)^{2/3} \frac{a^2}{s^{2/3}} + \mathcal{O}\left(\frac{a^4}{s^{4/3}}\right), \quad [\cos \varphi = 0, a^3/s \text{ pequeno}]. \quad (\text{A.11})$$

Vemos que, em contraste com o caso de temperaturas iguais, o arrasto no plasma anisotrópico é menor que no plasma isotrópico quando a comparação é feita com densidades de entropia iguais, novamente este resultado está de acordo com nossos resultados numéricos.

No limite de  $a/T$  grande, os coeficientes  $\mathcal{F}_4$  e  $\mathcal{B}_4$  podem ser obtidos combinando Eqs. (35), (89) e (90) de [33]. O resultado é

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_4 &= \frac{1}{132} \left[132a^4 c_{\text{int}} + 77a^4 \log\left(\frac{a}{\Lambda}\right) - 348c_{\text{ent}} \pi^2 a^{1/3} T^{11/3} + \dots\right], \\ \mathcal{B}_4 &= \frac{1}{6336} \left[-6336a^4 c_{\text{int}} + 1331a^4 - 3696a^4 \log\left(\frac{a}{\Lambda}\right) + 4032c_{\text{ent}} \pi^2 a^{1/3} T^{11/3} + \dots\right], \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

onde  $c_{\text{int}}$  é uma constante de integração e  $c_{\text{ent}} \simeq 3.21$  é a constante introduzida em (2.12). Seguindo o mesmo procedimento usado no caso de baixa anisotropia ( $a$  pe-

queno), nós encontramos que a razão a temperaturas iguais é

$$\frac{F_x}{F_{\text{iso}}} = \frac{\sqrt{2c_{\text{ent}}}}{\pi} \frac{a^{1/3}}{T^{1/3}} + \dots, \quad [\cos \varphi = 0, a/T \text{ grande}], \quad (\text{A.13})$$

onde os pontos indicam os termos de próxima ordem no limite de  $a/T$  grande. Para densidades de entropia iguais, encontramos

$$\frac{F_x}{F_{\text{iso}}} = \frac{1}{2^{1/6} \pi^{1/3} c_{\text{ent}}^{3/16}} \left( \frac{s}{N_c^2} \right)^{1/48} \frac{1}{a^{1/16}} + \dots, \quad [\cos \varphi = 0, a^3/s \text{ grande}]. \quad (\text{A.14})$$

Nós concluimos que, para alta anisotropia, o arrasto ultra-relativístico no caso anisotrópico é sempre maior que o arrasto isotrópico.

# Apêndice B

## Limite de baixa anisotropia para a força de arrasto

Para pequenos valores de  $a/T$ , expressões analíticas para as funções da métrica podem ser encontradas [32, 33] a partir de perturbações do caso isotrópico. O resultado é

$$\mathcal{F}(u) = 1 - \frac{u^4}{u_{\text{H}}^4} + a^2 \mathcal{F}_2(u) + \mathcal{O}(a^4), \quad (\text{B.1})$$

$$\mathcal{B}(u) = 1 + a^2 \mathcal{B}_2(u) + \mathcal{O}(a^4), \quad (\text{B.2})$$

$$\log \mathcal{H}(u) = \frac{a^2 u_{\text{H}}^2}{4} \log \left[ 1 + \frac{u^2}{u_{\text{H}}^2} \right] + \mathcal{O}(a^4), \quad (\text{B.3})$$

onde

$$\mathcal{F}_2(u) = \frac{1}{24 u_{\text{H}}^2} \left[ 8u^2(u_{\text{H}}^2 - u^2) - 10u^4 \log 2 + 3u_{\text{H}}^4 + 7u^4 \log \left( 1 + \frac{u^2}{u_{\text{H}}^2} \right) \right], \quad (\text{B.4})$$

$$\mathcal{B}_2(u) = -\frac{u_{\text{H}}^2}{24} \left[ \frac{10u^2}{u_{\text{H}}^2 + u^2} + \log \left( 1 + \frac{u^2}{u_{\text{H}}^2} \right) \right]. \quad (\text{B.5})$$

Usando essas expressões nas fórmulas gerais do Capítulo 3, obtemos a correção para o resultado da força de arrasto isotrópica até a ordem mais importante em  $a/T$ . O resultado para a força de arrasto ao longo da direção longitudinal  $z$  é

$$F_z = F_{\text{iso}}(T) \left[ 1 + \left( \frac{a^2}{T^2} \right) \frac{1 - v^2 + \sqrt{1 - v^2} + (1 + v^2) \log(1 + \sqrt{1 - v^2})}{24\pi^2(1 - v^2)} + \mathcal{O}\left(\frac{a^4}{T^4}\right) \right], \quad (\text{B.6})$$

enquanto que, para a direção trasversa  $x$ , temos

$$F_x = F_{\text{iso}}(T) \left[ 1 + \left( \frac{a^2}{T^2} \right) \frac{1 - v^2 + \sqrt{1 - v^2} + (4v^2 - 5) \log(1 + \sqrt{1 - v^2})}{24\pi^2(1 - v^2)} + \mathcal{O}\left(\frac{a^4}{T^4}\right) \right]. \quad (\text{B.7})$$

A correção  $\mathcal{O}(a^2/T^2)$  em (B.6) é positiva para  $v \in [0, 1]$ , enquanto que a correção em (B.7) é negativa para  $0 \leq v < v_c$  e positiva para  $v < v_c \leq 1$ , onde  $v_c \simeq 0.9$ . Isso significa que, para anisotropia suficientemente pequena, a força de arrasto ao longo da direção longitudinal no plasma anisotrópico é sempre maior que a força de arrasto no plasma isotrópico na mesma temperatura (mas com diferentes densidades de entropia). No caso de movimento na direção trasversa o arrasto anisotrópico é menor que o arrasto isotrópico para  $v$  pequeno e maior para  $v$  grande. Isso está em concordância com os resultados numéricos da Sessão 3.1.

Para comparar com um plasma isotrópico com a mesma densidade de entropia (mas com temperatura diferente) nós usamos a relação encontrada em [33] para a densidade de entropia de um plasma anisotrópico:

$$s = \frac{\pi^2 N_c^2 T^3}{2} \left[ 1 + \frac{a^2}{8\pi^2 T^2} + \mathcal{O}\left(\frac{a^4}{T^4}\right) \right]. \quad (\text{B.8})$$

Invertendo essa relação e substituindo em (B.6) e (B.7), obtemos

$$\begin{aligned}
 F_z &= F_{\text{iso}}(s) \left[ 1 + \frac{a^2}{24} \left( \frac{N_c^2}{2\pi s} \right)^{2/3} \frac{\sqrt{1-v^2} - (1-v^2) + (1+v^2) \log(1 + \sqrt{1-v^2})}{1-v^2} + \mathcal{O} \left( \frac{a^4}{s^{4/3}} \right) \right], \\
 F_x &= F_{\text{iso}}(s) \left[ 1 + \frac{a^2}{24} \left( \frac{N_c^2}{2\pi s} \right)^{2/3} \frac{\sqrt{1-v^2} - (1-v^2) + (4v^2 - 5) \log(1 + \sqrt{1-v^2})}{1-v^2} + \mathcal{O} \left( \frac{a^4}{s^{4/3}} \right) \right].
 \end{aligned}
 \tag{B.9}$$

Neste caso a primeira correção é positiva para todo  $v$  na direção  $z$  e negativa para todo  $v$  na direção  $x$ . Novamente, isto está de acordo com os resultados numéricos da Sessão 3.1.

# Referências Bibliográficas

- [1] J. M. Maldacena, “The Large N limit of superconformal field theories and supergravity,” *Adv. Theor. Math. Phys.* **2**, 231-252 (1998) [hep-th/9711200].
- [2] S. S. Gubser, I. R. Klebanov, A. M. Polyakov, “Gauge theory correlators from noncritical string theory,” *Phys. Lett.* **B428**, 105-114 (1998) [hep-th/9802109].
- [3] E. Witten, “Anti-de Sitter space and holography,” *Adv. Theor. Math. Phys.* **2**, 253-291 (1998) [hep-th/9802150].
- [4] O. Aharony, S. S. Gubser, J. M. Maldacena, H. Ooguri and Y. Oz, “Large N field theories, string theory and gravity,” *Phys. Rept.* **323**, 183 (2000) [arXiv:hep-th/9905111].
- [5] I. R. Klebanov, “TASI lectures: Introduction to the AdS/CFT correspondence,” arXiv:hep-th/0009139.
- [6] J. M. Maldacena, “Lectures on AdS/CFT,” arXiv:hep-th/0309246.
- [7] G. T. Horowitz and J. Polchinski, “Gauge / gravity duality,” arXiv:gr-qc/0602037.

- [8] J. McGreevy, “Holographic duality with a view toward many-body physics,” arXiv:0909.0518 [hep-th].
- [9] J. Adams *et al.* [STAR Collaboration], “Experimental and theoretical challenges in the search for the quark gluon plasma: The STAR collaboration’s critical assessment of the evidence from RHIC collisions,” Nucl. Phys. A **757**, 102 (2005) [arXiv:nucl-ex/0501009].
- [10] K. Adcox *et al.* [PHENIX Collaboration], “Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX collaboration,” Nucl. Phys. A **757**, 184 (2005) [arXiv:nucl-ex/0410003].
- [11] Proceedings of Quark Matter 2011: J. Phys. GG **38**, number 12 (December 2011).
- [12] S. W. Hawking, “Particle Creation By Black Holes,” Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975) [Erratum-ibid. **46**, 206 (1976)].
- [13] S. D. Mathur, “The Information paradox: A Pedagogical introduction,” Class. Quant. Grav. **26**, 224001 (2009) [arXiv:0909.1038 [hep-th]].
- [14] K. Papadodimas and S. Raju, “An Infalling Observer in AdS/CFT,” arXiv:1211.6767 [hep-th].
- [15] D. Berenstein, “Large  $N$  BPS states and emergent quantum gravity,” JHEP **0601**, 125 (2006) [arXiv:hep-th/0507203].
- [16] T. Okuda and D. Trancanelli, “Spectral curves, emergent geometry, and bubbling solutions for Wilson loops,” JHEP **0809** (2008) 050 [arXiv:0806.4191 [hep-th]].

- [17] D. Berenstein and D. Trancanelli, “Three-dimensional  $\mathcal{N} = 6$  SCFT’s and their membrane dynamics,” *Phys. Rev. D* **78**, 106009 (2008) [arXiv:0808.2503 [hep-th]]; D. Trancanelli, “Emergent geometry in  $\mathcal{N} = 6$  Chern-Simons-matter theory,” arXiv:0904.0449 [hep-th].
- [18] S. Weinberg and E. Witten, “Limits on Massless Particles,” *Phys. Lett. B* **96**, 59 (1980).
- [19] G. ’t Hooft, “A Planar Diagram Theory for Strong Interactions,” *Nucl. Phys. B* **72**, 461 (1974).
- [20] S. S. Gubser, I. R. Klebanov and A. W. Peet, “Entropy and temperature of black 3-branes,” *Phys. Rev. D* **54**, 3915 (1996) [hep-th/9602135].
- [21] J. Casalderrey-Solana, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal, U. A. Wiedemann, “Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions,” [arXiv:1101.0618 [hep-th]].
- [22] E. Shuryak, “Why does the quark gluon plasma at RHIC behave as a nearly ideal fluid?,” *Prog. Part. Nucl. Phys.* **53**, 273 (2004) [arXiv:hep-ph/0312227].
- [23] E. V. Shuryak, “What RHIC experiments and theory tell us about properties of quark-gluon plasma?,” *Nucl. Phys. A* **750**, 64 (2005) [arXiv:hep-ph/0405066].
- [24] R. C. Myers and S. E. Vazquez, “Quark Soup al dente: Applied Superstring Theory,” *Class. Quant. Grav.* **25**, 114008 (2008) [arXiv:0804.2423 [hep-th]].
- [25] P. Kovtun, D. T. Son and A. O. Starinets, “Viscosity in strongly interacting quantum field theories from black hole physics,” *Phys. Rev. Lett.* **94**, 111601 (2005) [hep-th/0405231].

- [26] G. Policastro, D. T. Son and A. O. Starinets, “The shear viscosity of strongly coupled  $\mathcal{N} = 4$  supersymmetric Yang-Mills plasma,” Phys. Rev. Lett. **87**, 081601 (2001) [arXiv:hep-th/0104066].
- [27] H. Liu, K. Rajagopal, U. A. Wiedemann, “Calculating the jet quenching parameter from AdS/CFT,” Phys. Rev. Lett. **97**, 182301 (2006). [hep-ph/0605178].
- [28] H. Liu, K. Rajagopal, U. A. Wiedemann, “Wilson loops in heavy ion collisions and their calculation in AdS/CFT,” JHEP **0703**, 066 (2007). [hep-ph/0612168].
- [29] C. P. Herzog, A. Karch, P. Kovtun, C. Kozcaz and L. G. Yaffe, “Energy loss of a heavy quark moving through N=4 supersymmetric Yang-Mills plasma,” JHEP **0607**, 013 (2006) [hep-th/0605158].
- [30] S. S. Gubser, “Drag force in AdS/CFT,” Phys. Rev. D **74**, 126005 (2006) [hep-th/0605182].
- [31] S. A. Hartnoll, “Lectures on holographic methods for condensed matter physics,” Class. Quant. Grav. **26**, 224002 (2009) [arXiv:0903.3246 [hep-th]].
- [32] D. Mateos and D. Trancanelli, “The anisotropic N=4 super Yang-Mills plasma and its instabilities,” Phys. Rev. Lett. **107**, 101601 (2011) [arXiv:1105.3472 [hep-th]].
- [33] D. Mateos and D. Trancanelli, “Thermodynamics and Instabilities of a Strongly Coupled Anisotropic Plasma,” JHEP **1107**, 054 (2011) [arXiv:1106.1637 [hep-th]].

- [34] M. Chernicoff, D. Fernandez, D. Mateos and D. Trancanelli, “Drag force in a strongly coupled anisotropic plasma,” JHEP **1208** (2012) 100 [arXiv:1202.3696 [hep-th]].
- [35] M. Chernicoff, D. Fernandez, D. Mateos and D. Trancanelli, “Jet quenching in a strongly coupled anisotropic plasma,” JHEP **1208**, 041 (2012) [arXiv:1203.0561 [hep-th]].
- [36] M. Chernicoff, D. Fernandez, D. Mateos and D. Trancanelli, “Quarkonium dissociation by anisotropy,” JHEP **1301** (2013) 170 [arXiv:1208.2672 [hep-th]].
- [37] L. Patino and D. Trancanelli, “Thermal photon production in a strongly coupled anisotropic plasma,” JHEP **1302** (2013) 154 [arXiv:1211.2199 [hep-th]].
- [38] W. Florkowski, “Anisotropic fluid dynamics in the early stage of relativistic heavy-ion collisions,” Phys. Lett. **B668** (2008) 32-35 [arXiv:0806.2268 [nucl-th]].
- [39] W. Florkowski, R. Ryblewski, “Dynamics of anisotropic plasma at the early stages of relativistic heavy-ion collisions,” Acta Phys. Polon. **B40** (2009) 2843-2863 [arXiv:0901.4653 [nucl-th]].
- [40] R. Ryblewski, W. Florkowski, “Early anisotropic hydrodynamics and the RHIC early-thermalization and HBT puzzles,” Phys. Rev. **C82** (2010) 024903 [arXiv:1004.1594 [nucl-th]].
- [41] W. Florkowski, R. Ryblewski, “Highly-anisotropic and strongly-dissipative hydrodynamics for early stages of relativistic heavy-ion collisions,” Phys. Rev. **C83** (2011) 034907 [arXiv:1007.0130 [nucl-th]].

- [42] M. Martinez, M. Strickland, “Dissipative Dynamics of Highly Anisotropic Systems,” Nucl. Phys. **A848** (2010) 183-197 [arXiv:1007.0889 [nucl-th]].
- [43] R. Ryblewski, W. Florkowski, “Non-boost-invariant motion of dissipative and highly anisotropic fluid,” J. Phys. G **G38** (2011) 015104 [arXiv:1007.4662 [nucl-th]].
- [44] M. Martinez, M. Strickland, “Non-boost-invariant anisotropic dynamics,” Nucl. Phys. **A856** (2011) 68-87 [arXiv:1011.3056 [nucl-th]].
- [45] R. Ryblewski, W. Florkowski, “Highly anisotropic hydrodynamics – discussion of the model assumptions and forms of the initial conditions,” Acta Phys. Polon. **B42** (2011) 115-138 [arXiv:1011.6213 [nucl-th]].
- [46] R. Ryblewski, W. Florkowski, “Highly-anisotropic and strongly-dissipative hydrodynamics with transverse expansion,” [arXiv:1103.1260 [nucl-th]].
- [47] T. Azeyanagi, W. Li and T. Takayanagi, “On String Theory Duals of Lifshitz-like Fixed Points,” JHEP **0906**, 084 (2009) [arXiv:0905.0688 [hep-th]].
- [48] A. Karch and L. Randall, “Open and closed string interpretation of SUSY CFT’s on branes with boundaries,” JHEP **0106**, 063 (2001) [hep-th/0105132].
- [49] A. Karch and E. Katz, “Adding flavor to AdS / CFT,” JHEP **0206**, 043 (2002) [hep-th/0205236].
- [50] S. Kachru, X. Liu, M. Mulligan, “Gravity Duals of Lifshitz-like Fixed Points,” Phys. Rev. **D78** (2008) 106005 [arXiv:0808.1725 [hep-th]].
- [51] K. Copley, R. Mann, “Pathologies in Asymptotically Lifshitz Spacetimes,” JHEP **1103** (2011) 039 [arXiv:1011.3502 [hep-th]].

- [52] J. Casalderrey-Solana and D. Teaney, “Heavy quark diffusion in strongly coupled N=4 Yang-Mills,” *Phys. Rev. D* **74**, 085012 (2006) [hep-ph/0605199].
- [53] C. P. Herzog, “Energy Loss of Heavy Quarks from Asymptotically AdS Geometries,” *JHEP* **0609**, 032 (2006) [hep-th/0605191]; E. Caceres and A. Guijosa, “Drag force in charged N=4 SYM plasma,” *JHEP* **0611**, 077 (2006) [hep-th/0605235]; S. -J. Sin and I. Zahed, “Ampere’s Law and Energy Loss in AdS/CFT Duality,” *Phys. Lett. B* **648**, 318 (2007) [hep-ph/0606049]; T. Matsuo, D. Tomino and W. -Y. Wen, “Drag force in SYM plasma with B field from AdS/CFT,” *JHEP* **0610**, 055 (2006) [hep-th/0607178]; P. Talavera, “Drag force in a string model dual to large-N QCD,” *JHEP* **0701**, 086 (2007) [hep-th/0610179]; A. Karch and A. O’Bannon, “Metallic AdS/CFT,” *JHEP* **0709**, 024 (2007) [arXiv:0705.3870 [hep-th]]; C. P. Herzog and A. Vuorinen, “Spinning Dragging Strings,” *JHEP* **0710**, 087 (2007) [arXiv:0708.0609 [hep-th]]; M. Chernicoff and A. Guijosa, “Energy Loss of Gluons, Baryons and k-Quarks in an N=4 SYM Plasma,” *JHEP* **0702**, 084 (2007) [hep-th/0611155]; S. S. Gubser, “Momentum fluctuations of heavy quarks in the gauge-string duality,” *Nucl. Phys. B* **790**, 175 (2008) [hep-th/0612143]; J. Casalderrey-Solana and D. Teaney, “Transverse Momentum Broadening of a Fast Quark in a N=4 Yang Mills Plasma,” *JHEP* **0704**, 039 (2007) [hep-th/0701123]; G. Bertoldi, F. Bigazzi, A. L. Cotrone and J. D. Edelstein, “Holography and unquenched quark-gluon plasmas,” *Phys. Rev. D* **76**, 065007 (2007) [hep-th/0702225]; K. B. Fadafan, “R\*\*2 curvature-squared corrections on drag force,” *JHEP* **0812**, 051 (2008) [arXiv:0803.2777 [hep-th]]; M. Cherneroff and A. Guijosa, “Acceleration, Energy Loss and Screening in Strongly-Coupled Gauge Theories,” *JHEP* **0806**, 005

- (2008) [arXiv:0803.3070 [hep-th]]; K. B. Fadafan, “Charge effect and finite ’t Hooft coupling correction on drag force and Jet Quenching Parameter,” *Eur. Phys. J. C* **68**, 505 (2010) [arXiv:0809.1336 [hep-th]]; F. Bigazzi, A. L. Cotrone, J. Mas, A. Paredes, A. V. Ramallo and J. Tarrío, “D3-D7 Quark-Gluon Plasmas,” *JHEP* **0911**, 117 (2009) [arXiv:0909.2865 [hep-th]]; K. B. Fadafan, “Heavy quarks in the presence of higher derivative corrections from AdS/CFT,” *Eur. Phys. J. C* **71**, 1799 (2011) [arXiv:1102.2289 [hep-th]]; A. Guijosa and J. F. Pedraza, “Early-Time Energy Loss in a Strongly-Coupled SYM Plasma,” *JHEP* **1105**, 108 (2011) [arXiv:1102.4893 [hep-th]].
- [54] P. M. Chesler and A. Vuorinen, “Heavy flavor diffusion in weakly coupled N=4 super Yang-Mills theory,” *JHEP* **0611**, 037 (2006) [hep-ph/0607148]; S. C. Huot, S. Jeon and G. D. Moore, “Shear viscosity in weakly coupled N = 4 super Yang-Mills theory compared to QCD,” *Phys. Rev. Lett.* **98**, 172303 (2007) [hep-ph/0608062]; J. -P. Blaizot, E. Iancu, U. Kraemmer and A. Rebhan, “Hard thermal loops and the entropy of supersymmetric Yang-Mills theories,” *JHEP* **0706**, 035 (2007) [hep-ph/0611393]; W. A. Horowitz and M. Gyulassy, “Heavy quark jet tomography of Pb + Pb at LHC: AdS/CFT drag or pQCD energy loss?,” *Phys. Lett. B* **666**, 320 (2008) [arXiv:0706.2336 [nucl-th]].
- [55] J. J. Friess, S. S. Gubser and G. Michalogiorgakis, “Dissipation from a heavy quark moving through N=4 super-Yang-Mills plasma,” *JHEP* **0609**, 072 (2006) [hep-th/0605292]; J. J. Friess, S. S. Gubser, G. Michalogiorgakis and S. S. Pufu, “The Stress tensor of a quark moving through N=4 thermal plasma,” *Phys. Rev. D* **75**, 106003 (2007) [hep-th/0607022]; A. Yarom, “The High momentum behavior of a quark wake,” *Phys. Rev. D* **75**, 125010 (2007) [hep-th/0702164];

- A. Yarom, “On the energy deposited by a quark moving in an N=4 SYM plasma,” *Phys. Rev. D* **75**, 105023 (2007) [hep-th/0703095]; P. M. Chesler and L. G. Yaffe, “The Wake of a quark moving through a strongly-coupled plasma,” *Phys. Rev. Lett.* **99**, 152001 (2007) [arXiv:0706.0368 [hep-th]]; S. S. Gubser, S. S. Pufu and A. Yarom, “Sonic booms and diffusion wakes generated by a heavy quark in thermal AdS/CFT,” *Phys. Rev. Lett.* **100**, 012301 (2008) [arXiv:0706.4307 [hep-th]]; S. S. Gubser and A. Yarom, “Universality of the diffusion wake in the gauge-string duality,” *Phys. Rev. D* **77**, 066007 (2008) [arXiv:0709.1089 [hep-th]].
- [56] A.N. Atmaja and K. Schalm, “Anisotropic Drag Force from 4D Kerr-AdS Black Holes,” [arXiv:1012.3800v2 [hep-th]].
- [57] K.L. Panigrahi and S. Roy, “Drag force in a hot non-relativistic, non-commutative Yang-Mills plasma,” [arXiv:1001.2904v4 [hep-th]].
- [58] D. Z. Freedman, S. S. Gubser, K. Pilch and N. P. Warner, “Renormalization group flows from holography supersymmetry and a c theorem,” *Adv. Theor. Math. Phys.* **3**, 363 (1999) [hep-th/9904017].
- [59] K. Pilch and N. P. Warner, “N=2 supersymmetric RG flows and the IIB dilaton,” *Nucl. Phys. B* **594**, 209 (2001) [hep-th/0004063].
- [60] A. Buchel and J. T. Liu, “Thermodynamics of the N=2\* flow,” *JHEP* **0311**, 031 (2003) [hep-th/0305064].
- [61] A. Karch, E. Katz, D. T. Son and M. A. Stephanov, “Linear confinement and AdS/QCD,” *Phys. Rev. D* **74**, 015005 (2006) [hep-ph/0602229].

- [62] C. P. Herzog, “A Holographic Prediction of the Deconfinement Temperature,” Phys. Rev. Lett. **98**, 091601 (2007) [hep-th/0608151].
- [63] E. Nakano, S. Teraguchi and W. -Y. Wen, “Drag force, jet quenching, and AdS/QCD,” Phys. Rev. D **75**, 085016 (2007) [hep-ph/0608274].
- [64] C. Hoyos-Badajoz, “Drag and jet quenching of heavy quarks in a strongly coupled  $N=2^*$  plasma,” JHEP **0909**, 068 (2009) [arXiv:0907.5036 [hep-th]].
- [65] H. Liu, K. Rajagopal and Y. Shi, “Robustness and Infrared Sensitivity of Various Observables in the Application of AdS/CFT to Heavy Ion Collisions,” JHEP **0808**, 048 (2008) [arXiv:0803.3214 [hep-ph]].
- [66] F. D’Eramo, H. Liu and K. Rajagopal, “Transverse Momentum Broadening and the Jet Quenching Parameter, Redux,” Phys. Rev. D **84**, 065015 (2011) [arXiv:1006.1367 [hep-ph]].
- [67] K.B. Fadafan, B. Pourhassan and J. Sadeghi, “Calculating the jet-quenching parameter in STU background,” Eur. Phys. J. C **71**, 1785 (2011) [arXiv:1005.1368 [hep-th]].
- [68] J. Sadeghi and B. Pourhassan, “Jet-quenching of the rotating heavy meson in a  $\mathcal{N}=4$  SYM plasma in presence of a constant electric field,” Int. J. Theor. Phys. **50**, 2305-2316 (2011) [arXiv:1001.0706 [hep-th]].
- [69] R. Baier, Y. L. Dokshitzer, A. H. Mueller, S. Peigne and D. Schiff, “Radiative energy loss and p(T)-broadening of high energy partons in nuclei,” Nucl. Phys. B **484** (1997) 265 [arXiv:hep-ph/9608322].

- [70] P. Romatschke, “Momentum broadening in an anisotropic plasma,” Phys. Rev. C **75** (2007) 014901 [arXiv:hep-ph/0607327].
- [71] A. Dumitru, Y. Nara, B. Schenke and M. Strickland, “Jet broadening in unstable non-Abelian plasmas,” Phys. Rev. C **78**, 024909 (2008) [arXiv:0710.1223 [hep-ph]].
- [72] B. Schenke, A. Dumitru, Y. Nara and M. Strickland, “QGP collective effects and jet transport,” J. Phys. G G **35**, 104109 (2008) [arXiv:0804.4557 [hep-ph]].
- [73] R. Baier and Y. Mehtar-Tani, “Jet quenching and broadening: the transport coefficient  $\hat{q}$  in an anisotropic plasma,” Phys. Rev. C **78**, 064906 (2008) [arXiv:0806.0954 [hep-ph]].
- [74] A. Majumder, B. Muller and S. Mrowczynski, “Momentum Broadening of a Fast Parton in a Perturbative Quark-Gluon Plasma,” Phys. Rev. D **80**, 125020 (2009) [arXiv:0903.3683 [hep-ph]].
- [75] S. Mrowczynski, “On the Dynamics of Unstable Quark-Gluon Plasma,” Acta Phys. Polon. Supp. **3** (2010) 639 [arXiv:0911.0022 [nucl-th]].
- [76] P. Jacobs, “Jets in nuclear collisions: Status and perspective,” Eur. Phys. J. C **43**, 467 (2005) [nucl-ex/0503022].
- [77] F. Wang [STAR Collaboration], “Measurement of jet modification at RHIC,” J. Phys. G G **30**, S1299 (2004) [nucl-ex/0404010].
- [78] J. Adams *et al.* [STAR Collaboration], “Distributions of charged hadrons associated with high transverse momentum particles in pp and Au + Au colli-

- sions at  $s(\text{NN})^{1/2} = 200\text{-GeV}$ ,” Phys. Rev. Lett. **95**, 152301 (2005) [nucl-ex/0501016].
- [79] J. Putschke, “Intra-jet correlations of high- $p(t)$  hadrons from STAR,” J. Phys. G G **34**, S679 (2007) [nucl-ex/0701074 [NUCL-EX]].
- [80] J. Casalderrey-Solana and D. Teaney, “Transverse Momentum Broadening of a Fast Quark in a  $N=4$  Yang Mills Plasma,” JHEP **0704**, 039 (2007) [hep-th/0701123].
- [81] A. Rebhan and D. Steineder, “Probing Two Holographic Models of Strongly Coupled Anisotropic Plasma,” JHEP **1208**, 020 (2012) [arXiv:1205.4684 [hep-th]].
- [82] R. A. Janik and P. Witaszczyk, “Towards the description of anisotropic plasma at strong coupling,” JHEP **0809**, 026 (2008). [arXiv:0806.2141 [hep-th]].
- [83] S. -J. Rey, S. Theisen and J. -T. Yee, “Wilson-Polyakov loop at finite temperature in large  $N$  gauge theory and anti-de Sitter supergravity,” Nucl. Phys. B **527**, 171 (1998) [hep-th/9803135].
- [84] A. Brandhuber, N. Itzhaki, J. Sonnenschein and S. Yankielowicz, “Wilson loops in the large  $N$  limit at finite temperature,” Phys. Lett. B **434**, 36 (1998) [hep-th/9803137].
- [85] M. Chernicoff, J. A. Garcia, A. Guijosa, “The Energy of a Moving Quark-Antiquark Pair in an  $N=4$  SYM Plasma,” JHEP **0609**, 068 (2006). [hep-th/0607089].

- [86] D. Mateos, R. C. Myers and R. M. Thomson, “Thermodynamics of the brane,” JHEP **0705**, 067 (2007) [hep-th/0701132].
- [87] Q. J. Ejaz, T. Faulkner, H. Liu, K. Rajagopal and U. A. Wiedemann, “A Limiting velocity for quarkonium propagation in a strongly coupled plasma via AdS/CFT,” JHEP **0804**, 089 (2008) [arXiv:0712.0590 [hep-th]].
- [88] T. Song, Y. Park, S. H. Lee and C. -Y. Wong, “The Thermal width of heavy quarkonia moving in quark gluon plasma,” Phys. Lett. B **659**, 621 (2008) [arXiv:0709.0794 [hep-ph]].
- [89] F. Dominguez and B. Wu, “On dissociation of heavy mesons in a hot quark-gluon plasma,” Nucl. Phys. A **818**, 246 (2009) [arXiv:0811.1058 [hep-ph]].
- [90] M. A. Escobedo, J. Soto and M. Mannarelli, “Non-relativistic bound states in a moving thermal bath,” Phys. Rev. D **84**, 016008 (2011) [arXiv:1105.1249 [hep-ph]].
- [91] M. A. Escobedo, “Non-relativistic bound states in a moving thermal bath,” [http://quark.phy.bnl.gov/www/rhic2/talks\\_qprogram/moving.pdf](http://quark.phy.bnl.gov/www/rhic2/talks_qprogram/moving.pdf)
- [92] T. Faulkner and H. Liu, “Meson widths from string worldsheet instantons,” Phys. Lett. B **673**, 161 (2009) [arXiv:0807.0063 [hep-th]].
- [93] A. Dumitru, Y. Guo and M. Strickland, “The Heavy-quark potential in an anisotropic (viscous) plasma,” Phys. Lett. B **662**, 37 (2008) [arXiv:0711.4722 [hep-ph]].

- [94] Y. Burnier, M. Laine and M. Vepsalainen, “Quarkonium dissociation in the presence of a small momentum space anisotropy,” *Phys. Lett. B* **678**, 86 (2009) [arXiv:0903.3467 [hep-ph]].
- [95] O. Philipsen and M. Tassler, “On Quarkonium in an anisotropic quark gluon plasma,” arXiv:0908.1746 [hep-ph].
- [96] F. Arleo, P. Aurenche, F. W. Bopp, I. Dadic, G. David, H. Delagrange, D. G. d’Enterria and K. J. Eskola *et al.*, “Hard probes in heavy-ion collisions at the LHC: Photon physics in heavy ion collisions at the LHC,” hep-ph/0311131.
- [97] P. Stankus, “Direct photon production in relativistic heavy-ion collisions,” *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **55**, 517 (2005).
- [98] P. B. Arnold, G. D. Moore and L. G. Yaffe, “Photon emission from quark gluon plasma: Complete leading order results,” *JHEP* **0112**, 009 (2001) [hep-ph/0111107].
- [99] S. Caron-Huot, P. Kovtun, G. D. Moore, A. Starinets and L. G. Yaffe, “Photon and dilepton production in supersymmetric Yang-Mills plasma,” *JHEP* **0612**, 015 (2006) [hep-th/0607237].
- [100] A. Parnachev and D. A. Sahakyan, “Photoemission with Chemical Potential from QCD Gravity Dual,” *Nucl. Phys. B* **768**, 177 (2007) [hep-th/0610247].
- [101] D. Mateos and L. Patiño, “Bright branes for strongly coupled plasmas,” *JHEP* **0711**, 025 (2007) [arXiv:0709.2168 [hep-th]].
- [102] A. Nata Atmaja and K. Schalm, “Photon and Dilepton Production in Soft Wall AdS/QCD,” *JHEP* **1008**, 124 (2010) [arXiv:0802.1460 [hep-th]].

- [103] Y. Y. Bu, “Photoproduction and conductivity in dense holographic QCD,” *Phys. Rev. D* **86**, 026003 (2012).
- [104] K. Jo and S. -J. Sin, “Photo-emission rate of sQGP at finite density,” *Phys. Rev. D* **83**, 026004 (2011) [arXiv:1005.0200 [hep-th]].
- [105] B. Hassanain and M. Schvellinger, “Plasma conductivity at finite coupling,” *JHEP* **1201**, 114 (2012) [arXiv:1108.6306 [hep-th]].
- [106] B. Hassanain and M. Schvellinger, “Diagnostics of plasma photoemission at strong coupling,” *Phys. Rev. D* **85**, 086007 (2012) [arXiv:1110.0526 [hep-th]].
- [107] B. Hassanain and M. Schvellinger, “Plasma photoemission from string theory,” arXiv:1209.0427 [hep-th].
- [108] A. Rebhan and D. Steineder, “Electromagnetic signatures of a strongly coupled anisotropic plasma,” *JHEP* **1108**, 153 (2011) [arXiv:1106.3539 [hep-th]].
- [109] M. Le Bellac, “Thermal Field Theory,” Cambridge University Press (1996).
- [110] D. Mateos, R. C. Myers and R. M. Thomson, “Thermodynamics of the brane,” *JHEP* **0705**, 067 (2007) [hep-th/0701132].
- [111] D. T. Son and A. O. Starinets, “Minkowski space correlators in AdS/CFT correspondence: Recipe and applications,” *JHEP* **0209**, 042 (2002) [hep-th/0205051].
- [112] G. Policastro, D. T. Son and A. O. Starinets, “From AdS/CFT correspondence to hydrodynamics,” *JHEP* **0209**, 043 (2002) [arXiv:hep-th/0205052].

- [113] G. Policastro, D. T. Son and A. O. Starinets, “From AdS/CFT correspondence to hydrodynamics. 2. Sound waves,” JHEP **0212**, 054 (2002) [hep-th/0210220].
- [114] P. K. Kovtun and A. O. Starinets, “Quasinormal modes and holography,” Phys. Rev. D **72**, 086009 (2005) [hep-th/0506184].
- [115] M. Kaminski, K. Landsteiner, J. Mas, J. P. Shock and J. Tarrio, “Holographic Operator Mixing and Quasinormal Modes on the Brane,” JHEP **1002**, 021 (2010) [arXiv:0911.3610 [hep-th]].
- [116] A. Rebhan and D. Steineder, “Violation of the Holographic Viscosity Bound in a Strongly Coupled Anisotropic Plasma,” Phys. Rev. Lett. **108**, 021601 (2012) [arXiv:1110.6825 [hep-th]].
- [117] B. Schenke and M. Strickland, “Photon production from an anisotropic quark-gluon plasma,” Phys. Rev. D **76**, 025023 (2007) [hep-ph/0611332].
- [118] M. P. Heller, D. Mateos, W. van der Schee and D. Trancanelli, “Strong Coupling Isotropization of Non-Abelian Plasmas Simplified,” Phys. Rev. Lett. **108**, 191601 (2012) [arXiv:1202.0981 [hep-th]].
- [119] S. Bathe [PHENIX Collaboration], “Enhanced Direct Photon Production in Au+Au Collisions at  $\sqrt{s(NN)}^{1/2} = 200$ - GeV in PHENIX,” arXiv:0906.1746 [nucl-ex].